

중급 문제 - 초기조건 처리 (중상 난이도)

1. RL 직렬회로에서 인덕터의 초기 전류가 2A이다. 스위치가 닫혀 DC 전압원 12V, 저항 4Ω, 인덕터 1H가 연결되었다. 시간 $t=0+$ 에서 인덕터 전류를 구하는 식을 유도하시오.

풀이: 회로의 미분 방정식은 다음과 같다. $V = L\frac{di}{dt} + Ri$ 초기조건은 $i(0) = 2A$ 이다. 이를 풀면 $i(t) = I_\infty + (i(0) - I_\infty)e^{-\frac{R}{L}t}$ $I_\infty = \frac{V}{R} = \frac{12}{4} = 3A$

해설: 전압원과 저항, 인덕터가 직렬로 연결된 RL 회로의 과도응답은 1차 미분 방정식 형태로 표현된다. 초기 전류가 2A라는 조건을 반드시 포함시켜야 해석 결과가 실제 상황과 일치한다. 시간에 따른 전류 변화를 지수함수 형태로 구하며, 초기 전류에서 정상상태 전류로 점차 변하는 모습을 보여준다.

정답: $i(t) = 3 + (2 - 3)e^{-4t} = 3 - e^{-4t}$ (단위: A)

2. RC 회로에서 스위치가 닫히기 전 커패시터 전압은 5V였다. 스위치 닫은 후 저항 1kΩ, 커패시터 10μF, 전압원 10V가 연결되었다. $t=0+$ 에서 커패시터 전압과 전류 식을 구하시오.

풀이: 커패시터 전압 $v_c(t)$ 는 $v_c(t) = V_\infty + (v_c(0) - V_\infty)e^{-\frac{t}{RC}}$ $V_\infty = 10V$, $v_c(0) = 5V$, $RC = 1k \times 10\mu = 0.01s$ 이다.

전류는 $i(t) = C\frac{dv_c}{dt} = -\frac{(v_c(0)-V_\infty)}{R}e^{-\frac{t}{RC}} = -\frac{(5-10)}{1000}e^{-\frac{t}{0.01}} = \frac{5}{1000}e^{-100t}$ A

해설: 커패시터 전압은 초기 전압 5V에서 정상상태 10V로 지수함수 형태로 변한다. 전류는 커패시터 전압 변화율과 비례하며, 지수함수 감소 형태로 흐른다. 초기 전류는 양수이며 시간이 지남에 따라 감소한다.

정답: $v_c(t) = 10 + (5 - 10)e^{-100t} = 10 - 5e^{-100t}$ (V), $i(t) = 5 \times 10^{-3}e^{-100t}$ (A)

3. RLC 직렬회로에서 스위치 닫기 전 커패시터 전압은 0V, 인덕터 전류는 0A이다. 저항 10Ω, 인덕터 1H, 커패시터 100μF, 전압원 24V가 연결된 회로에서 스위치를 닫은 직후의 초기조건을 설명하고 해석에 미치는 영향을 서술하시오.

풀이: 초기조건은 커패시터 전압 0V, 인덕터 전류 0A이다. 회로의 초기 에너지가 없으므로 과도응답 해석시 초기값은 0이다.

해설: 초기조건이 0인 경우, 과도상태 응답은 완전히 외부 전원과 소자 특성에 의해 결정된다. 초기 에너지 저장이 없으므로, 해석은 전원 인가 후 전류와 전압이 어떻게 변하는지에 집중한다. 초기조건이 없으면 해석 결과가 부정확해질 수 있다.

정답: 커패시터 전압 0V, 인덕터 전류 0A가 초기조건이며, 이는 과도응답의 출발점이다.

4. 커패시터가 포함된 회로에서 초기 커패시터 전압이 알려지지 않은 상태이다. 이 상태에서 과도응답을 해석하는 방법을 서술하시오.

풀이: 초기 전압을 변수로 두고 미분방정식으로 해를 구한 후 경계조건 또는 측정값으로 초기 전압을 결정한다.

해설: 초기 전압이 불명확한 경우 해석은 불완전하다. 해는 초기 전압을 포함한 일반해 형태이며, 초기 전압을 알기 위해선 별도의 측정이나 초기상태 분석이 필요하다. 초기값이 없으면 고유해를 찾을 수 없다.

정답: 초기 전압을 변수로 두고 해를 구하며, 추가 정보로 초기 전압을 결정한다.

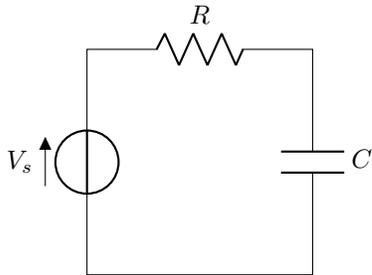
5. 인덕터 전류의 연속성 법칙을 증명하기 위해 인덕터에 무한대 전압이 필요한 이유를 설명하시오.

풀이: 인덕터 전압 $v = L \frac{di}{dt}$ 에서 $\frac{di}{dt}$ 가 무한대면 v 도 무한대가 된다.

해설: 인덕터 전류가 순간적으로 변하려면 시간 미분값이 무한대여야 한다. 이에 따라 인덕터 양단 전압도 무한대가 되어야 하지만 현실적으로 무한대 전압을 공급하는 것은 불가능하다. 따라서 전류는 연속적이다.

정답: 무한대 전압이 필요하기 때문에 전류는 연속적이다.

6. 아래 회로에서 스위치가 닫히기 직전 커패시터 전압은 3V, 저항 $R=1k\Omega$, 커패시터 $C=20\mu F$, 전압원 $V_s=5V$ 이다. $t=0+$ 에서 커패시터 전압과 전류를 구하시오.



풀이: 커패시터 전압: $v_c(t) = V_\infty + (v_c(0) - V_\infty)e^{-\frac{t}{RC}} = 5 + (3 - 5)e^{-\frac{t}{0.02}} = 5 - 2e^{-50t}$ (V)

전류: $i(t) = C \frac{dv_c}{dt} = \frac{2}{1000}e^{-50t} = 2 \times 10^{-3}e^{-50t}$ (A)

해설: 커패시터 전압은 초기 3V에서 정상상태 5V로 지수함수적으로 변한다. 전류는 커패시터 전압의 변화율에 비례해 지수적으로 감소하며, 초기 전류는 양수이다.

정답: $v_c(t) = 5 - 2e^{-50t}$ (V), $i(t) = 2 \times 10^{-3}e^{-50t}$ (A)

7. RL 회로에서 인덕터에 초기 전류 1.5A가 흐르고 있다. 저항 10Ω , 인덕터 0.5H, 전압원 0V (스위치 개방 상태)일 때, 스위치 닫은 순간 인덕터 전압과 전류를 설명하시오.

풀이: 초기 전류는 1.5A로 유지되고, 인덕터 전압은 $v = L \frac{di}{dt}$ 이므로 순간적으로 변화하는 전류가 없으면 전압은 0V이다.

해설: 스위치 닫기 직후 회로에 전압원이 없기 때문에 인덕터 전류는 기존 1.5A를 유지하려 한다. 인덕터 전류가 급격히 변하지 않아 전압이 0이거나 작은 값으로 존재한다.

정답: 인덕터 전류 1.5A 유지, 전압 0V

8. RC 직렬회로에서 초기 커패시터 전압이 7V, 저항 $2k\Omega$, 커패시터 $5\mu F$, 전압원 12V이다. $t=0+$ 에서 커패시터 전류와 전압을 구하시오.

풀이: $RC = 2k \times 5\mu = 0.01s$ 커패시터 전압: $v_c(t) = 12 + (7 - 12)e^{-100t} = 12 - 5e^{-100t}$ (V)

전류: $i(t) = C \frac{dv_c}{dt} = 5 \times 10^{-6} \times 5 \times 100e^{-100t} = 2.5 \times 10^{-3}e^{-100t}$ (A)

해설: 커패시터 전압은 초기 7V에서 12V로 변하며, 전류는 지수적으로 감소한다. 초기 전류는 양수이다.

정답: $v_c(t) = 12 - 5e^{-100t}$ (V), $i(t) = 2.5 \times 10^{-3}e^{-100t}$ (A)

9. 초기 커패시터 전압이 0V이고, DC 전압원 15V, 저항 $5k\Omega$, 커패시터 $1\mu F$ 인 회로의 정상상태 전류와 전압을 구하시오.

풀이: 정상상태에서 커패시터는 개방으로 동작하므로 전류는 0A, 전압은 전원 전압과 같다.

해설: 충전이 완료된 커패시터는 전류가 흐르지 않고, 양단 전압은 전원과 동일하다.

정답: 전류 0A, 전압 15V

10. 스위치 닫기 전 인덕터에 2A 전류가 흐른다. 저항 20Ω , 인덕터 2H, 전압원 0V 회로에서 스위치 닫힌 직후 인덕터 전압을 구하시오.

풀이: 초기 전류 유지로 $di/dt = 0$ 이므로 인덕터 전압 $v = Ldi/dt = 0$ 이다.

해설: 전류가 순간적으로 변하지 않아 인덕터 전압도 0V이다.

정답: 0V

11. 커패시터가 4V의 초기 전압을 갖고, 10V DC 전압원과 $1k\Omega$ 저항에 연결된 RC 회로에서 시간 상수는 0.01s이다. 0.005초 후 커패시터 전압은?

풀이: $v_c(t) = 10 + (4 - 10)e^{-\frac{t}{RC}} = 10 - 6e^{-\frac{t}{0.01}}$

$t = 0.005$ 초 대입: $v_c(0.005) = 10 - 6e^{-0.5} \approx 10 - 6 \times 0.6065 = 6.36V$

해설: 시간 상수 절반 정도 경과 후 커패시터 전압은 초기값과 정상값 사이의 중간 수준으로 변화한다.

정답: 약 6.36V

12. 인덕터 전류가 0A에서 3A로 증가하는데 0.1초가 걸린다. 인덕터 0.2H일 때, 인덕터에 걸린 평균 전압은?

풀이: $v = L \frac{di}{dt} = 0.2 \times \frac{3-0}{0.1} = 6V$

해설: 전류 변화율을 시간으로 나누어 평균 전압을 구한다.

정답: 6V

13. RLC 직렬회로에서 커패시터 초기 전압이 0V, 인덕터 초기 전류가 0A일 때, 임의의 t에서 전압원 10V, $R=5\Omega$, $L=1H$, $C=10\mu F$ 일 경우 과도 응답 미분 방정식을 작성하시오.

풀이: $V = L \frac{di}{dt} + Ri + \frac{1}{C} \int idt$ 이고, 미분 방정식으로 변환하면 $L \frac{d^2q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{1}{C}q = V$ q는 전하

해설: RLC 회로 과도응답은 2차 미분 방정식으로 나타나며, 초기조건이 해 해석에 중요하다.

정답: $1 \frac{d^2q}{dt^2} + 5 \frac{dq}{dt} + 10^5 q = 10$

14. 커패시터가 초기 전압 12V를 갖고, 스위치 닫힌 후 $3k\Omega$ 저항과 병렬 연결되었다. 커패시터 $50\mu F$ 일 때 초기 순간 커패시터 전류를 구하시오.

풀이: $i(0) = C \frac{dv}{dt} |_{t=0}$ 초기 순간 전압 변화율은 $\frac{V_{final}-V_{initial}}{0+}$ 이지만 순간 변화 없으므로 전류는? 초기 순간 저항 양단 전압은 12V, 따라서 $i(0) = \frac{12}{3000} = 0.004A$

해설: 초기 순간 커패시터는 전압을 유지하며 전류는 저항을 통해 흐른다.

정답: 4mA

15. 인덕터 전류가 5A에서 0A로 감소하는데 2ms가 걸린다. 인덕터 10mH일 때 전압 변화량을 구하시오.

풀이: $v = L \frac{di}{dt} = 0.01 \times \frac{0-5}{0.002} = -25V$

해설: 전류 감소 방향이므로 전압은 음의 값을 가진다.

정답: -25V

16. 커패시터 전압이 0V에서 9V로 상승하는데 10ms가 걸렸다. 저항 $1k\Omega$, 커패시터 $10\mu F$ 일 때 정상상태 전압과 시간 상수를 구하시오.

풀이: 시간상수 $\tau = RC = 1000 \times 10 \times 10^{-6} = 0.01s$ 정상상태 전압은 9V

해설: 시간상수는 회로의 충전/방전 속도를 결정한다.

정답: $\tau = 0.01s$, 정상전압 9V

17. RLC 회로에서 초기 전류가 0A, 초기 커패시터 전압이 5V일 때, 저항 10Ω , 인덕터 1H, 커패시터 $50\mu F$, 전압원 15V인 회로의 초기 에너지를 구하시오.

풀이: 커패시터 에너지 $W_C = \frac{1}{2}CV^2 = 0.5 \times 50 \times 10^{-6} \times 5^2 = 0.000625J$ 인덕터 에너지 $W_L = 0$

해설: 에너지는 저장된 전압과 전류에 의해 결정된다. 초기 인덕터 전류 0이므로 에너지가 없다.

정답: 0.000625J

18. 커패시터의 전압이 연속적이어야 하는 이유를 간단히 설명하시오.

풀이: 순간적 전압변화는 무한대 전류를 요구하기 때문입니다.

해설: 커패시터 전류 $i = C \frac{dv}{dt}$ 이므로, $\frac{dv}{dt}$ 가 무한대이면 전류도 무한대가 되므로 불가능합니다.

정답: 무한대 전류 요구 때문에 연속적이어야 한다.

19. 인덕터 전류가 순간적으로 변하면 회로에 어떤 물리적 현상이 발생하는가?

풀이: 무한대 전압이 발생하여 회로 소자가 손상될 수 있습니다.

해설: 전류 변화율이 무한대가 되면 인덕터 전압도 무한대가 되어 실제 회로가 손상될 가능성이 있다.

정답: 무한대 전압 발생, 회로 손상 위험

20. 스위치가 닫히기 전 커패시터 전압과 인덕터 전류를 정확히 알지 못할 때, 회로 해석에서 초기조건을 처리하는 방법을 서술하시오.

풀이: 측정, 회로 상태 분석, 또는 가정에 의해 초기조건을 설정 후 해석한다.

해설: 정확한 초기조건 없이는 해석 결과가 부정확하다. 따라서 측정 또는 근사치를 사용해 초기조건을 추정한다.

정답: 측정, 분석, 가정을 통해 초기조건을 결정한다.