

일차 및 이차 회로의 과도응답 중급 문제 (20문제)

1. 문제

저항 $R = 100\ \Omega$, 인덕터 $L = 50\text{ mH}$ 인 RL 직렬회로에 일정 전압원 10 V 이 인가되었다. 전압원이 순간적으로 0 V 로 차단될 때, 인덕터 전류 $i_L(t)$ 의 과도응답을 구하시오.

풀이

시간 상수 $\tau = \frac{L}{R} = \frac{0.05}{100} = 0.0005\text{ s}$

초기 전류 $I_0 = \frac{V}{R} = \frac{10}{100} = 0.1\text{ A}$

따라서 인덕터 전류는 다음과 같다:

$$i_L(t) = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}} = 0.1 e^{-2000t} \quad [\text{A}]$$

해설

인덕터 전류는 전압원이 끊긴 이후 지수적으로 감소하며, 시간 상수 τ 는 감소 속도를 결정한다.

정답

$$i_L(t) = 0.1 e^{-2000t} \quad [\text{A}]$$

2. 문제

커패시터 $C = 10\ \mu\text{F}$, 저항 $R = 1\text{ k}\Omega$ 인 RC 회로에 5 V 계단 전압이 인가되었다. 커패시터 전압 $v_C(t)$ 의 과도응답을 구하고, 시정수 τ 를 계산하시오.

풀이

시정수 $\tau = RC = 1000 \times 10 \times 10^{-6} = 0.01\text{ s}$

커패시터 전압은 다음과 같다:

$$v_C(t) = V \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = 5 \left(1 - e^{-100t}\right) \quad [\text{V}]$$

해설

커패시터 전압은 계단 전압에 지수 함수 형태로 접근하며, 시정수 τ 가 응답 속도를 결정한다.

정답

$$\tau = 0.01\text{ s}, \quad v_C(t) = 5 \left(1 - e^{-100t}\right) \quad [\text{V}]$$

3. 문제

RLC 직렬회로에서 $R = 10\ \Omega$, $L = 1\text{ mH}$, $C = 10\ \mu\text{F}$ 일 때 감쇠비 ζ 와 고유진동수 ω_0 를 구하시오.

풀이

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{1 \times 10^{-3} \times 10 \times 10^{-6}}} = \frac{1}{\sqrt{10^{-8}}} = 10^4 \quad [\text{rad s}^{-1}]$$

$$\zeta = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}} = \frac{10}{2} \sqrt{\frac{10 \times 10^{-6}}{1 \times 10^{-3}}} = 5 \times \sqrt{0.01} = 5 \times 0.1 = 0.5$$

해설

$\zeta < 1$ 이므로 저감쇠 상태이며, 자연진동수는 10^4 rad s^{-1} 이다.

정답

$$\omega_0 = 10^4 \quad [\text{rad s}^{-1}], \quad \zeta = 0.5$$

4. 문제

저감쇠 RLC 회로에서 감쇠진동 주파수 ω_d 를 감쇠비 ζ 와 고유진동수 ω_0 로 표현하시오.

풀이

$$\omega_d = \omega_0 \sqrt{1 - \zeta^2}$$

해설

저감쇠 상태에서는 감쇠진동 주파수가 고유진동수보다 낮아진다.

정답

$$\omega_d = \omega_0 \sqrt{1 - \zeta^2}$$

5. 문제

RLC 직렬회로에서 $R = 5\Omega$, $L = 10\text{mH}$, $C = 100\mu\text{F}$ 일 때 임계감쇠 저항 R_c 를 구하시오.

풀이

임계감쇠 조건은

$$R_c = 2\sqrt{\frac{L}{C}} = 2\sqrt{\frac{10 \times 10^{-3}}{100 \times 10^{-6}}} = 2\sqrt{100} = 2 \times 10 = 20 \quad [\Omega]$$

해설

임계감쇠 저항은 감쇠비가 1이 되는 저항값이며, 이 이상일 경우 과감쇠 상태가 된다.

정답

$$R_c = 20 \quad [\Omega]$$

6. 문제

시정수 τ 가 2ms 인 RL 회로에서 $R = 50\Omega$ 일 때 인덕턴스 L 값을 구하시오.

풀이

$$\tau = \frac{L}{R} \implies L = \tau R = 2 \times 10^{-3} \times 50 = 0.1 \quad [\text{H}]$$

해설

시간 상수와 저항이 주어지면 인덕턴스를 쉽게 계산할 수 있다.

정답

$$L = 0.1\text{H}$$

7. 문제

임계감쇠 상태인 RLC 직렬 회로에서 과도응답의 일반 형태를 기술하시오.

풀이

임계감쇠 응답은 다음과 같다:

$$i(t) = (A + Bt)e^{-\omega_0 t}$$

여기서 A, B 는 초기 조건에 따라 결정된다.

해설

임계감쇠는 진동 없이 가장 빠른 안정 상태 도달을 나타낸다.

정답

$$i(t) = (A + Bt)e^{-\omega_0 t}$$

8. 문제

RLC 직렬회로에서 저감쇠 상태($\zeta < 1$)일 때 과도응답에서 최대 오버슈트는 감쇠비 ζ 에 어떤 관계가 있는가?

풀이

최대 오버슈트 M_p 는 다음과 같다:

$$M_p = e^{-\frac{\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$$

해설

감쇠비가 커질수록 오버슈트는 감소하며, $\zeta \rightarrow 1$ 일 때 오버슈트가 0이 된다.

정답

$$M_p = e^{-\frac{\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$$

9. 문제

RC 회로에서 시정수 τ 가 5 ms 일 때, 커패시터 전압이 계단 입력 전압의 90%에 도달하는 시간을 구하시오.

풀이

전압이 0.9V에 도달할 때:

$$0.9 = 1 - e^{-t/\tau} \implies e^{-t/\tau} = 0.1 \implies t = -\tau \ln(0.1) = \tau \ln(10) \approx 5 \times 10^{-3} \times 2.3026 = 0.0115 \text{ s}$$

해설

지수함수 특성으로 인해 특정 비율 도달 시간은 로그함수와 시정수에 비례한다.

정답

$$t \approx 11.5 \text{ ms}$$

10. 문제

RL 직렬회로에 시정수 $\tau = 0.2 \text{ s}$, 초기 전류 2 A가 있을 때 1초 후 전류값을 구하시오.

풀이

$$i(t) = I_0 e^{-t/\tau} = 2e^{-1/0.2} = 2e^{-5} \approx 2 \times 0.0067 = 0.0134 \text{ A}$$

해설

시간이 충분히 흐르면 전류는 거의 0에 가까워진다.

정답

$$i(1) \approx 0.0134 \text{ A}$$

11. 문제

RLC 직렬회로에서 과감쇠 상태($\zeta > 1$)일 때 응답은 어떤 형태를 갖는가?

풀이

응답은 두 개의 서로 다른 지수 함수 합으로 나타난다:

$$i(t) = Ae^{s_1 t} + Be^{s_2 t}$$

여기서 s_1, s_2 는 실수이며 $s_1 < s_2 < 0$ 이다.

해설

과감쇠는 진동 없이 느린 안정화를 의미한다.

정답

$$i(t) = Ae^{s_1 t} + Be^{s_2 t}$$

12. 문제

RLC 직렬회로에서 초기 전류와 초기 전압이 모두 0일 때, 계단 입력 전압에 대한 응답 초기값은?

풀이

초기 전류와 전압이 0이므로 응답 시작 시 $i(0) = 0, v_C(0) = 0$.

해설

초기 조건은 과도응답 해석의 기본이다.

정답

$$i(0) = 0, \quad v_C(0) = 0$$

13. 문제

RL 회로에서 전원 인가 시 전류가 최종값의 99%에 도달하는 시간을 구하시오. 시정수는 τ 이다.

풀이

$$0.99 = 1 - e^{-t/\tau} \implies e^{-t/\tau} = 0.01 \implies t = -\tau \ln(0.01) = \tau \times 4.605$$

해설

시정수의 약 4.6배 시간에 최종값 99% 도달.

정답

$$t = 4.605\tau$$

14. 문제

커패시터 전압이 3V이고, 계단 입력 전압이 5V인 RC 회로에서 시간 t 를 구하시오. 시정수 $\tau = 2$ ms.

풀이

$$v_C(t) = V(1 - e^{-t/\tau}) \implies 3 = 5(1 - e^{-t/0.002}) \implies e^{-t/0.002} = 1 - \frac{3}{5} = 0.4$$
$$t = -0.002 \ln(0.4) \approx 0.002 \times 0.9163 = 1.83 \text{ ms}$$

해설

지수적 증가 과정에서 특정 전압 도달 시간 계산 문제.

정답

$$t \approx 1.83 \text{ ms}$$

15. 문제

RLC 회로에서 $R = 10\ \Omega$, $L = 1\ \text{mH}$, $C = 100\ \mu\text{F}$ 일 때, 감쇠비 ζ 가 0.1 이하가 되려면 R 은 최대 얼마여야 하는가?

풀이

$$\zeta = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}} \leq 0.1 \implies R \leq 0.2 \sqrt{\frac{L}{C}} = 0.2 \sqrt{\frac{1 \times 10^{-3}}{100 \times 10^{-6}}} = 0.2 \times \sqrt{10} = 0.2 \times 3.162 = 0.632\ \Omega$$

해설

감쇠비가 매우 작으려면 저항도 매우 작아야 한다.

정답

$$R \leq 0.632\ \Omega$$

16. 문제

RL 회로에서 $R = 20\ \Omega$, $L = 0.1\ \text{H}$ 일 때, 시정수 τ 를 구하고 3 시정수 경과 후 전류는 몇

풀이

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{0.1}{20} = 0.005\ \text{s}$$

3 시정수 후 전류 비율:

$$i(3\tau) = I_0 e^{-3} = I_0 \times 0.0498 = 4.98\%$$

해설

시정수 3배 후 전류는 약 5

정답

$$\tau = 0.005\ \text{s}, \quad i(3\tau) = 4.98\% \times I_0$$

17. 문제

RC 회로에서 커패시터가 충전되는 동안 전류의 과도응답 $i(t)$ 를 구하시오. $R = 1\ \text{k}\Omega$, $C = 1\ \mu\text{F}$, 입력 전압 $V = 10\ \text{V}$.

풀이

초기 전류는 $I_0 = \frac{V}{R} = \frac{10}{1000} = 0.01\ \text{A}$

전류는 지수적으로 감소하므로

$$i(t) = I_0 e^{-\frac{t}{RC}} = 0.01 e^{-1000t} \quad [\text{A}]$$

해설

커패시터 충전시 초기에는 최대 전류가 흐르며, 충전되면서 전류가 감소한다.

정답

$$i(t) = 0.01 e^{-1000t} \quad [\text{A}]$$

18. 문제

RLC 회로에서 $L = 0.5\ \text{H}$, $C = 10\ \mu\text{F}$, 저항 R 이 $10\ \Omega$ 일 때 감쇠비 ζ 를 구하시오.

풀이

$$\zeta = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}} = \frac{10}{2} \sqrt{\frac{10 \times 10^{-6}}{0.5}} = 5 \times \sqrt{2 \times 10^{-5}} = 5 \times 0.00447 = 0.0223$$

해설

감쇠비가 매우 작아 저감쇠 상태임을 알 수 있다.

정답

$$\zeta = 0.0223$$

19. 문제

인덕터 전류가 처음에 0.5 A이고, 시간상수 $\tau = 1 \text{ ms}$ 일 때 $t = 3 \text{ ms}$ 일 때 전류를 구하시오.

풀이

$$i(t) = I_0 e^{-t/\tau} = 0.5 e^{-3/1} = 0.5 e^{-3} \approx 0.5 \times 0.0498 = 0.0249 \quad [A]$$

해설

시정수 3배가 지나면 전류는 약 5

정답

$$i(3\tau) \approx 0.025 A$$

20. 문제

커패시터 충전 시 전압이 시간 $t = \tau$ 일 때 입력 전압의 몇 퍼센트에 도달하는가?

풀이

$$v_C(\tau) = V (1 - e^{-1}) \approx 0.632V$$

해설

시정수 τ 에 도달하면 커패시터 전압은 입력의 약 63.2

정답

약 63.2%에 도달함