

중급 문제 20문제 풀이 및 해설 (난이도: 중상)

1. 문제 2차 시스템의 감쇠비 ζ 와 고유 진동수 ω_n 가 주어질 때 전달함수를 유도하시오.

풀이 및 해설

표준 2차 시스템 전달함수 형태는

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

ζ 와 ω_n 가 주어지면 이 식에 값을 대입하면 된다. 이는 운동 방정식을 라플라스 변환하여 얻은 일반적인 형태다.

답

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

2. 문제 전달함수 $G(s) = \frac{s+1}{s^2+4s+5}$ 의 극점과 영점을 구하고, 시스템의 안정성을 판단하시오.

풀이 및 해설

- 영점: $s + 1 = 0 \Rightarrow s = -1$ - 극점: $s^2 + 4s + 5 = 0$ 근의 공식:

$$s = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 20}}{2} = -2 \pm j$$

모든 극점 실수부가 음수이므로 시스템은 안정적이다.

답 영점: $s = -1$, 극점: $s = -2 \pm j$, 안정하다.

3. 문제 1차 시스템 전달함수를 이용하여 시간 영역에서의 응답식을 유도하시오. 단, $G(s) = \frac{K}{\tau s + 1}$, 입력은 단위 계단함수.

풀이 및 해설

입력 $U(s) = \frac{1}{s}$, 출력:

$$Y(s) = G(s)U(s) = \frac{K}{\tau s + 1} \cdot \frac{1}{s} = \frac{K}{s(\tau s + 1)}$$

부분분수 분해:

$$\frac{K}{s(\tau s + 1)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{\tau s + 1}$$

양변에 통분 후 계수 비교로 $A = K$, $B = -K\tau$ 역 라플라스 변환하면,

$$y(t) = K \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) u(t)$$

답

$$y(t) = K \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) u(t)$$

4. 문제 피드백 제어 시스템에서 전달함수의 역할을 설명하시오.

풀이 및 해설

피드백 시스템에서는 개루프와 폐루프 전달함수를 통해 시스템 동작을 분석하고, 제어 성능과 안정성을 평가한다. 전달함수는 시스템의 입력과 출력 관계를 수학적으로 표현한다.

답 시스템의 입력과 출력 관계를 수학적으로 표현하여 안정성 및 성능 평가에 사용된다.

5. 문제 PID 제어기 전달함수 $G_c(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s$ 를 설명하시오.

풀이 및 해설

- K_p : 비례 이득, 즉각적인 제어 반응 제공 - K_i : 적분 이득, 누적 오차 보상 - K_d : 미분 이득, 변화율에 따른 예측적 제어

세 부분의 합으로 구성되어 다양한 제어 요구에 대응한다.

답 비례, 적분, 미분 제어 이득을 합한 제어기 전달함수이다.

6. 문제 보드선도(Bode plot)를 그리는 절차를 서술하시오.

풀이 및 해설

1. 전달함수 분자/분모를 극점과 영점으로 분해 2. 각 극점/영점의 주파수 응답 계산 3. 이득 선도(데시벨 단위)와 위상 선도를 주파수에 대해 그린다 4. 대수적 합으로 전체 응답 작성

답 극점/영점 분석 후 주파수별 이득과 위상 선도를 그리는 과정이다.

7. 문제 시스템의 전달함수를 라플라스 변환으로부터 직접 도출하는 방법을 기술하시오.

풀이 및 해설

미분방정식에 라플라스 변환을 적용하고 초기조건은 0으로 가정한다. 이후 출력과 입력 라플라스 변환으로 식을 정리하여 전달함수를 구한다.

답 미분방정식 라플라스 변환 후 입력과 출력 관계로 전달함수를 구한다.

8. 문제 다음 전달함수의 영점과 극점을 복소 평면에 표시하시오: $G(s) = \frac{s^2+3s+2}{s^3+6s^2+11s+6}$

풀이 및 해설

영점: $s^2 + 3s + 2 = (s + 1)(s + 2) = 0 \Rightarrow s = -1, -2$ 극점: $s^3 + 6s^2 + 11s + 6 = (s + 1)(s + 2)(s + 3) = 0 \Rightarrow s = -1, -2, -3$

답 영점: -1, -2; 극점: -1, -2, -3

9. 문제 안정성 판별을 위한 라우스-허르비츠(Routh-Hurwitz) 기준을 설명하시오.

풀이 및 해설

특성방정식의 계수를 사용해 배열을 만들고, 배열 첫 열의 부호 변화가 없으면 시스템이 안정하다. 부호 변화 수가 불안정 극점 수와 같다.

답 라우스 배열 첫 열 부호 변화 유무로 안정성 판단.

10. 문제 2차 시스템의 과도응답에서 최대 오버슈트(Maximum overshoot) 공식 유도.

풀이 및 해설

최대 오버슈트는

$$M_p = e^{-\frac{\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$$

ζ 는 감쇠비이며, 이 공식은 2차 시스템의 특성방정식 해에서 유도된다.

답

$$M_p = e^{-\frac{\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$$

11. 문제 2차 시스템 전달함수에서 감쇠비가 0.5일 때 응답의 특징을 기술하시오.

풀이 및 해설

$\zeta = 0.5$ 인 저감쇠 상태로 진동이 있으며, 적당한 감쇠와 진동을 동반하는 빠른 응답 특성을 가진다.

답 적당한 진동과 감쇠를 보이며, 빠른 목표 도달 응답을 가진다.

12. 문제 RC 필터 회로에 대한 전달함수를 구성하고 컷오프 주파수를 구하시오.

풀이 및 해설

전달함수:

$$G(s) = \frac{1}{RCs + 1}$$

컷오프 주파수:

$$\omega_c = \frac{1}{RC}$$

답

$$G(s) = \frac{1}{RCs + 1}, \quad \omega_c = \frac{1}{RC}$$

13. 문제 다음 시스템의 전달함수를 구하시오: $\frac{d^2y}{dt^2} + 5\frac{dy}{dt} + 6y = 10u(t)$

풀이 및 해설

라플라스 변환:

$$s^2Y(s) + 5sY(s) + 6Y(s) = 10U(s)$$

$$Y(s)(s^2 + 5s + 6) = 10U(s)$$

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{10}{s^2 + 5s + 6}$$

답

$$G(s) = \frac{10}{s^2 + 5s + 6}$$

14. 문제 전달함수의 극점 중 허수축에 존재하는 경우 시스템 안정성에 대해 설명하시오.

풀이 및 해설

허수축 위 극점은 임계 안정 상태로, 시스템이 한계적으로 안정하며 진동이 지속된다.

답 임계 안정 상태로, 지속 진동이 발생한다.

15. 문제 시스템이 불안정할 때의 시간응답 특성을 서술하시오.

풀이 및 해설

시간응답이 발산하거나 무한히 커지며, 목표값으로 수렴하지 않는다.

답 응답이 발산하여 안정적으로 수렴하지 않는다.

16. 문제 고차 시스템 전달함수의 극점 위치가 응답에 미치는 영향을 설명하시오.

풀이 및 해설

극점이 좌측에 멀리 있을수록 빠르게 감쇠되며, 우측에 가까울수록 느리거나 불안정한 응답을 유발한다.

답 극점 위치에 따라 감쇠 속도 및 안정성이 결정된다.

17. 문제 라플라스 변환에서 초기 조건이 전달함수 해석에 미치는 영향 설명.

풀이 및 해설

초기 조건이 0일 때 전달함수 분석이 단순하며, 초기조건이 있으면 추가 항이 포함되어 해석이 복잡해진다.

답 초기 조건이 없을 때 단순 분석 가능하며, 있으면 추가 고려 필요.

18. 문제 피드백 제어 시스템에서 페루프 전달함수와 개루프 전달함수의 관계를 기술하시오.

풀이 및 해설

페루프 전달함수:

$$T(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)}$$

$G(s)$ 는 개루프 전달함수, $H(s)$ 는 피드백 경로 전달함수이다.

답 $T(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)}$

19. 문제 회로도 기반 시스템에서 전달함수를 유도하는 과정을 설명하시오.

풀이 및 해설

회로의 미분방정식이나 임피던스 관계를 세워 라플라스 변환 후 출력/입력 비로 전달함수를 구한다.

답 회로 방정식 → 라플라스 변환 → 출력/입력 비 계산.

20. 문제 2차 시스템 전달함수의 극점이 복소 공액 쌍일 때 응답 특성을 설명하시오.

풀이 및 해설

복소공액 극점은 진동과 감쇠가 함께 나타나는 응답을 생성하며, 감쇠비에 따라 진동의 크기와 지속 시간이 결정된다.

답 진동과 감쇠가 혼합된 안정적 진동 응답.