

중급 문제 20문제 - 주파수 응답 해석 (난이도 중상)

문제 1

전달 함수

$$H(s) = \frac{s+3}{s^2+4s+13}$$

에 대해 $\omega = 2 \text{ rad/s}$ 에서 크기와 위상 응답을 구하시오.

풀이

주파수 응답은 $s = j\omega$ 대입으로 구합니다.

$$H(j2) = \frac{j2+3}{(j2)^2+4(j2)+13} = \frac{3+j2}{-4+j8+13} = \frac{3+j2}{9+j8}$$

분자 크기:

$$|3+j2| = \sqrt{3^2+2^2} = \sqrt{9+4} = \sqrt{13} \approx 3.606$$

분자 위상:

$$\theta_N = \tan^{-1}\left(\frac{2}{3}\right) \approx 33.69^\circ$$

분모 크기:

$$|9+j8| = \sqrt{9^2+8^2} = \sqrt{81+64} = \sqrt{145} \approx 12.04$$

분모 위상:

$$\theta_D = \tan^{-1}\left(\frac{8}{9}\right) \approx 41.19^\circ$$

전체 크기:

$$|H(j2)| = \frac{3.606}{12.04} \approx 0.299$$

전체 위상:

$$\angle H(j2) = 33.69^\circ - 41.19^\circ = -7.5^\circ$$

해설

복소수 분자와 분모 각각 크기와 위상을 구한 후 나누고 빼는 방식으로 주파수 응답을 구합니다. 복소수 계산과 삼각함수 역함수 사용에 익숙해지는 문제입니다.

답

$$|H(j2)| \approx 0.299, \quad \angle H(j2) \approx -7.5^\circ$$

문제 2

전달 함수

$$H(s) = \frac{100}{s^2+20s+100}$$

의 공진 주파수 ω_r 를 구하고, $\omega = \omega_r$ 에서의 크기 응답을 구하시오.

풀이

2차 시스템의 공진 주파수는

$$\omega_r = \omega_n \sqrt{1 - 2\zeta^2}$$

여기서

$$\omega_n = 10, \quad 2\zeta\omega_n = 20 \Rightarrow \zeta = \frac{20}{2 \times 10} = 1$$

$\zeta = 1$ 이므로, 임계 감쇠 상태이며 공진 주파수는 없습니다.
따라서 공진 주파수가 존재하지 않고, 공진 현상이 없습니다.

해설

감쇠비가 1 이상이면 공진 주파수가 존재하지 않습니다. 따라서 응답은 공진 없이 감쇠됩니다.

답

공진 주파수 ω_r 없음

문제 3

전달 함수

$$H(s) = \frac{(s+5)(s+1)}{s^2+6s+9}$$

에 대해 $\omega = 3 \text{ rad/s}$ 에서 크기와 위상 응답을 구하시오.

풀이

먼저 $s = j3$ 대입:

분자:

$$(j3+5)(j3+1)$$

각각 크기:

$$|j3+5| = \sqrt{5^2+3^2} = \sqrt{25+9} = \sqrt{34} \approx 5.830$$

$$|j3+1| = \sqrt{1^2+3^2} = \sqrt{10} \approx 3.162$$

분자 크기:

$$5.830 \times 3.162 \approx 18.43$$

분자 위상:

$$\theta_{N1} = \tan^{-1} \left(\frac{3}{5} \right) \approx 30.96^\circ$$

$$\theta_{N2} = \tan^{-1} \left(\frac{3}{1} \right) \approx 71.57^\circ$$

분자 전체 위상:

$$30.96^\circ + 71.57^\circ = 102.53^\circ$$

분모:

$$(j3)^2 + 6(j3) + 9 = -9 + 18j + 9 = 18j$$

분모 크기:

$$|18j| = 18$$

분모 위상:

$$90^\circ$$

전체 크기:

$$\frac{18.43}{18} \approx 1.024$$

전체 위상:

$$102.53^\circ - 90^\circ = 12.53^\circ$$

해설

복합적인 분자와 간단한 분모가 섞인 전달 함수 해석 방법을 다룹니다. 분자 각 인수별로 크기와 위상 계산 후 곱하고 더하는 것이 중요합니다.

답

$$|H(j3)| \approx 1.024, \quad \angle H(j3) \approx 12.53^\circ$$

문제 4

전달 함수

$$H(s) = \frac{s^2 + 4s + 5}{s^2 + 2s + 2}$$

에 대해 $\omega = 1 \text{ rad/s}$ 에서 크기와 위상 응답을 구하시오.

풀이

$s = j1$ 대입:

분자:

$$(j1)^2 + 4(j1) + 5 = -1 + 4j + 5 = 4 + 4j$$

분자 크기:

$$\sqrt{4^2 + 4^2} = \sqrt{32} \approx 5.657$$

분자 위상:

$$\tan^{-1}\left(\frac{4}{4}\right) = 45^\circ$$

분모:

$$(j1)^2 + 2(j1) + 2 = -1 + 2j + 2 = 1 + 2j$$

분모 크기:

$$\sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5} \approx 2.236$$

분모 위상:

$$\tan^{-1}\left(\frac{2}{1}\right) = 63.43^\circ$$

전체 크기:

$$\frac{5.657}{2.236} \approx 2.53$$

전체 위상:

$$45^\circ - 63.43^\circ = -18.43^\circ$$

해설

고차 다항식 분자와 분모의 크기 및 위상 계산을 연습하는 문제입니다.

답

$$|H(j1)| \approx 2.53, \quad \angle H(j1) \approx -18.43^\circ$$

문제 5

전달 함수

$$H(s) = \frac{5s + 25}{s^2 + 5s + 25}$$

에 대해 $\omega = 2 \text{ rad/s}$ 에서 크기 및 위상 응답을 구하시오.

풀이

$s = j2$ 대입:

분자:

$$5(j2) + 25 = 25 + j10$$

분자 크기:

$$\sqrt{25^2 + 10^2} = \sqrt{625 + 100} = \sqrt{725} \approx 26.925$$

분자 위상:

$$\tan^{-1}\left(\frac{10}{25}\right) = 21.8^\circ$$

분모:

$$(j2)^2 + 5(j2) + 25 = -4 + 10j + 25 = 21 + 10j$$

분모 크기:

$$\sqrt{21^2 + 10^2} = \sqrt{441 + 100} = \sqrt{541} \approx 23.26$$

분모 위상:

$$\tan^{-1}\left(\frac{10}{21}\right) = 25.38^\circ$$

전체 크기:

$$\frac{26.925}{23.26} \approx 1.157$$

전체 위상:

$$21.8^\circ - 25.38^\circ = -3.58^\circ$$

해설

비슷한 크기의 실수 및 허수 성분이 섞인 분자와 분모 계산 문제입니다.

답

$$|H(j2)| \approx 1.157, \quad \angle H(j2) \approx -3.58^\circ$$

문제 6

전달 함수

$$H(s) = \frac{s^2}{s^2 + 6s + 25}$$

에 대해 $\omega = 4 \text{ rad/s}$ 에서 크기 및 위상 응답을 구하시오.

풀이

$s = j4$ 대입:

분자:

$$(j4)^2 = -16$$

분자 크기:

$$|-16| = 16$$

분자 위상:

$$180^\circ$$

분모:

$$(j4)^2 + 6(j4) + 25 = -16 + 24j + 25 = 9 + 24j$$

분모 크기:

$$\sqrt{9^2 + 24^2} = \sqrt{81 + 576} = \sqrt{657} \approx 25.63$$

분모 위상:

$$\tan^{-1} \left(\frac{24}{9} \right) = 69.44^\circ$$

전체 크기:

$$\frac{16}{25.63} \approx 0.624$$

전체 위상:

$$180^\circ - 69.44^\circ = 110.56^\circ$$

해설

분자가 음의 실수일 때 위상 각도 계산에 주의해야 하는 문제입니다.

답

$$|H(j4)| \approx 0.624, \quad \angle H(j4) \approx 110.56^\circ$$

문제 7

전달 함수

$$H(s) = \frac{3s + 10}{s^2 + 7s + 18}$$

에 대해 $\omega = 3 \text{ rad/s}$ 에서 크기 및 위상 응답을 구하시오.

풀이

$s = j3$ 대입:

분자:

$$3(j3) + 10 = 10 + j9$$

분자 크기:

$$\sqrt{10^2 + 9^2} = \sqrt{100 + 81} = \sqrt{181} \approx 13.45$$

분자 위상:

$$\tan^{-1} \left(\frac{9}{10} \right) = 41.99^\circ$$

분모:

$$(j3)^2 + 7(j3) + 18 = -9 + 21j + 18 = 9 + 21j$$

분모 크기:

$$\sqrt{9^2 + 21^2} = \sqrt{81 + 441} = \sqrt{522} \approx 22.85$$

분모 위상:

$$\tan^{-1} \left(\frac{21}{9} \right) = 66.8^\circ$$

전체 크기:

$$\frac{13.45}{22.85} \approx 0.589$$

전체 위상:

$$41.99^\circ - 66.8^\circ = -24.81^\circ$$

해설

크기와 위상 차이 계산으로 주파수 응답 해석을 진행합니다.

답

$$|H(j3)| \approx 0.589, \quad \angle H(j3) \approx -24.81^\circ$$

문제 8
전달 함수

$$H(s) = \frac{5s^2 + 20s + 25}{s^2 + 10s + 50}$$

에 대해 $\omega = 5 \text{ rad/s}$ 에서 크기 및 위상 응답을 구하시오.

풀이
 $s = j5$ 대입:
분자:

$$5(j5)^2 + 20(j5) + 25 = 5(-25) + j100 + 25 = -125 + j100 + 25 = -100 + j100$$

분자 크기:

$$\sqrt{(-100)^2 + 100^2} = \sqrt{10000 + 10000} = \sqrt{20000} \approx 141.42$$

분자 위상:

$$\tan^{-1}\left(\frac{100}{-100}\right) = \tan^{-1}(-1) = -45^\circ$$

하지만 실수부가 음수이고 허수부가 양수인 2사분면에 있으므로

$$180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$$

분모:

$$(j5)^2 + 10(j5) + 50 = -25 + j50 + 50 = 25 + j50$$

분모 크기:

$$\sqrt{25^2 + 50^2} = \sqrt{625 + 2500} = \sqrt{3125} \approx 55.90$$

분모 위상:

$$\tan^{-1}\left(\frac{50}{25}\right) = \tan^{-1}(2) \approx 63.43^\circ$$

전체 크기:

$$\frac{141.42}{55.90} \approx 2.53$$

전체 위상:

$$135^\circ - 63.43^\circ = 71.57^\circ$$

해설
분자가 복소 평면 2사분면에 위치할 때 위상 각도 계산에 각별히 주의해야 하는 문제입니다.

답

$$|H(j5)| \approx 2.53, \quad \angle H(j5) \approx 71.57^\circ$$

문제 9
전달 함수

$$H(s) = \frac{(s+1)^2}{s^2 + 4s + 8}$$

에 대해 $\omega = 2 \text{ rad/s}$ 에서 크기와 위상 응답을 구하시오.

풀이

$s = j2$ 대입:

분자:

$$(j2 + 1)^2 = (1 + j2)^2$$

먼저 $1 + j2$ 크기:

$$\sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5} \approx 2.236$$

위상:

$$\tan^{-1}\left(\frac{2}{1}\right) = 63.43^\circ$$

제곱이므로 크기 제곱:

$$(2.236)^2 = 5$$

위상 두 배:

$$2 \times 63.43^\circ = 126.86^\circ$$

분모:

$$(j2)^2 + 4(j2) + 8 = -4 + 8j + 8 = 4 + 8j$$

분모 크기:

$$\sqrt{4^2 + 8^2} = \sqrt{16 + 64} = \sqrt{80} \approx 8.944$$

분모 위상:

$$\tan^{-1}\left(\frac{8}{4}\right) = \tan^{-1}(2) = 63.43^\circ$$

전체 크기:

$$\frac{5}{8.944} \approx 0.559$$

전체 위상:

$$126.86^\circ - 63.43^\circ = 63.43^\circ$$

해설

복소수 제곱 계산과 주파수 응답의 위상 변화 해석을 포함하는 문제입니다.

답

$$|H(j2)| \approx 0.559, \quad \angle H(j2) \approx 63.43^\circ$$

문제 10

전달 함수

$$H(s) = \frac{s+4}{s^2+2s+5}$$

에 대해 $\omega = 1 \text{ rad/s}$ 에서 크기와 위상 응답을 구하시오.

풀이

$s = j1$ 대입:

분자:

$$j1 + 4 = 4 + j1$$

분자 크기:

$$\sqrt{4^2 + 1^2} = \sqrt{16 + 1} = \sqrt{17} \approx 4.123$$

분자 위상:

$$\tan^{-1}\left(\frac{1}{4}\right) = 14.04^\circ$$

분모:

$$(j1)^2 + 2(j1) + 5 = -1 + 2j + 5 = 4 + 2j$$

분모 크기:

$$\sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{16 + 4} = \sqrt{20} \approx 4.472$$

분모 위상:

$$\tan^{-1}\left(\frac{2}{4}\right) = 26.57^\circ$$

전체 크기:

$$\frac{4.123}{4.472} \approx 0.922$$

전체 위상:

$$14.04^\circ - 26.57^\circ = -12.53^\circ$$

해설

1차 다항식 분자와 2차 다항식 분모의 주파수 응답 계산법 연습 문제입니다.

답

$$|H(j1)| \approx 0.922, \quad \angle H(j1) \approx -12.53^\circ$$

문제 11

전달 함수

$$H(s) = \frac{s^2 + 6s + 10}{s^2 + 8s + 20}$$

에 대해 $\omega = 3 \text{ rad/s}$ 에서 크기와 위상 응답을 구하시오.

풀이

$s = j3$ 대입:

분자:

$$(j3)^2 + 6(j3) + 10 = -9 + 18j + 10 = 1 + 18j$$

분자 크기:

$$\sqrt{1^2 + 18^2} = \sqrt{1 + 324} = \sqrt{325} \approx 18.03$$

분자 위상:

$$\tan^{-1} \left(\frac{18}{1} \right) \approx 86.82^\circ$$

분모:

$$(j3)^2 + 8(j3) + 20 = -9 + 24j + 20 = 11 + 24j$$

분모 크기:

$$\sqrt{11^2 + 24^2} = \sqrt{121 + 576} = \sqrt{697} \approx 26.4$$

분모 위상:

$$\tan^{-1} \left(\frac{24}{11} \right) \approx 65.38^\circ$$

전체 크기:

$$\frac{18.03}{26.4} \approx 0.683$$

전체 위상:

$$86.82^\circ - 65.38^\circ = 21.44^\circ$$

해설

복잡한 2차 다항식 분자와 분모의 크기 및 위상 응답을 계산하는 문제입니다. 복소수 연산과 역탄젠트 계산에 익숙해져야 합니다.

답

$$|H(j3)| \approx 0.683, \quad \angle H(j3) \approx 21.44^\circ$$

문제 12

전달 함수

$$H(s) = \frac{5s + 15}{s^2 + 10s + 50}$$

에 대해 $\omega = 4 \text{ rad/s}$ 에서 크기 및 위상 응답을 구하시오.

풀이

$s = j4$ 대입:

분자:

$$5(j4) + 15 = 15 + j20$$

분자 크기:

$$\sqrt{15^2 + 20^2} = \sqrt{225 + 400} = \sqrt{625} = 25$$

분자 위상:

$$\tan^{-1} \left(\frac{20}{15} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{4}{3} \right) \approx 53.13^\circ$$

분모:

$$(j4)^2 + 10(j4) + 50 = -16 + 40j + 50 = 34 + 40j$$

분모 크기:

$$\sqrt{34^2 + 40^2} = \sqrt{1156 + 1600} = \sqrt{2756} \approx 52.5$$

분모 위상:

$$\tan^{-1} \left(\frac{40}{34} \right) \approx 49.4^\circ$$

전체 크기:

$$\frac{25}{52.5} \approx 0.476$$

전체 위상:

$$53.13^\circ - 49.4^\circ = 3.73^\circ$$

해설

실수 및 허수 항의 크기와 위상을 정확히 구하는 연습에 적합한 문제입니다.

답

$$|H(j4)| \approx 0.476, \quad \angle H(j4) \approx 3.73^\circ$$

문제 13

전달 함수

$$H(s) = \frac{s+2}{s^2+5s+10}$$

에 대해 $\omega = 2 \text{ rad/s}$ 에서 크기와 위상 응답을 구하시오.

풀이

$s = j2$ 대입:

분자:

$$j2 + 2 = 2 + j2$$

분자 크기:

$$\sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8} = 2.828$$

분자 위상:

$$\tan^{-1}\left(\frac{2}{2}\right) = 45^\circ$$

분모:

$$(j2)^2 + 5(j2) + 10 = -4 + 10j + 10 = 6 + 10j$$

분모 크기:

$$\sqrt{6^2 + 10^2} = \sqrt{36 + 100} = \sqrt{136} \approx 11.66$$

분모 위상:

$$\tan^{-1}\left(\frac{10}{6}\right) = 59.04^\circ$$

전체 크기:

$$\frac{2.828}{11.66} \approx 0.242$$

전체 위상:

$$45^\circ - 59.04^\circ = -14.04^\circ$$

해설

1차 다항식 분자와 2차 다항식 분모의 주파수 응답 계산에서 위상 각도 차이를 확인하는 문제입니다.

답

$$|H(j2)| \approx 0.242, \quad \angle H(j2) \approx -14.04^\circ$$

문제 14

전달 함수

$$H(s) = \frac{2s^2 + 8s + 16}{s^2 + 6s + 18}$$

에 대해 $\omega = 3 \text{ rad/s}$ 에서 크기 및 위상 응답을 구하시오.

풀이

$s = j3$ 대입:

분자:

$$2(j3)^2 + 8(j3) + 16 = 2(-9) + 24j + 16 = -18 + 24j + 16 = -2 + 24j$$

분자 크기:

$$\sqrt{(-2)^2 + 24^2} = \sqrt{4 + 576} = \sqrt{580} \approx 24.08$$

분자 위상:

$$\tan^{-1}\left(\frac{24}{-2}\right) = \tan^{-1}(-12) \approx -85.24^\circ$$

실수부 음수, 허수부 양수이므로 2사분면에 위치, 위상은

$$180^\circ - 85.24^\circ = 94.76^\circ$$

분모:

$$(j3)^2 + 6(j3) + 18 = -9 + 18j + 18 = 9 + 18j$$

분모 크기:

$$\sqrt{9^2 + 18^2} = \sqrt{81 + 324} = \sqrt{405} \approx 20.12$$

분모 위상:

$$\tan^{-1} \left(\frac{18}{9} \right) = 63.43^\circ$$

전체 크기:

$$\frac{24.08}{20.12} \approx 1.197$$

전체 위상:

$$94.76^\circ - 63.43^\circ = 31.33^\circ$$

해설

분자 부호와 위상 각도의 사분면 위치에 주의해야 하는 문제입니다.

답

$$|H(j3)| \approx 1.197, \quad \angle H(j3) \approx 31.33^\circ$$

문제 15

전달 함수

$$H(s) = \frac{10s + 50}{s^2 + 12s + 50}$$

에 대해 $\omega = 4 \text{ rad/s}$ 에서 크기 및 위상 응답을 구하시오.

풀이

$s = j4$ 대입:

분자:

$$10(j4) + 50 = 50 + j40$$

분자 크기:

$$\sqrt{50^2 + 40^2} = \sqrt{2500 + 1600} = \sqrt{4100} \approx 64.03$$

분자 위상:

$$\tan^{-1} \left(\frac{40}{50} \right) = 38.66^\circ$$

분모:

$$(j4)^2 + 12(j4) + 50 = -16 + 48j + 50 = 34 + 48j$$

분모 크기:

$$\sqrt{34^2 + 48^2} = \sqrt{1156 + 2304} = \sqrt{3460} \approx 58.79$$

분모 위상:

$$\tan^{-1}\left(\frac{48}{34}\right) = 54.46^\circ$$

전체 크기:

$$\frac{64.03}{58.79} \approx 1.089$$

전체 위상:

$$38.66^\circ - 54.46^\circ = -15.8^\circ$$

해설

분자와 분모 크기와 위상 차를 이용해 주파수 응답을 구하는 문제입니다.

답

$$|H(j4)| \approx 1.089, \quad \angle H(j4) \approx -15.8^\circ$$

문제 16

전달 함수

$$H(s) = \frac{s^2 + 8s + 15}{s^2 + 9s + 20}$$

에 대해 $\omega = 3 \text{ rad/s}$ 에서 크기 및 위상 응답을 구하시오.

풀이

$s = j3$ 대입:

분자:

$$(j3)^2 + 8(j3) + 15 = -9 + 24j + 15 = 6 + 24j$$

분자 크기:

$$\sqrt{6^2 + 24^2} = \sqrt{36 + 576} = \sqrt{612} \approx 24.74$$

분자 위상:

$$\tan^{-1}\left(\frac{24}{6}\right) = \tan^{-1}(4) \approx 75.96^\circ$$

분모:

$$(j3)^2 + 9(j3) + 20 = -9 + 27j + 20 = 11 + 27j$$

분모 크기:

$$\sqrt{11^2 + 27^2} = \sqrt{121 + 729} = \sqrt{850} \approx 29.15$$

분모 위상:

$$\tan^{-1}\left(\frac{27}{11}\right) \approx 68.2^\circ$$

전체 크기:

$$\frac{24.74}{29.15} \approx 0.849$$

전체 위상:

$$75.96^\circ - 68.2^\circ = 7.76^\circ$$

해설

2차 다항식 분자와 분모의 크기 및 위상 차를 다루는 문제입니다.

답

$$|H(j3)| \approx 0.849, \quad \angle H(j3) \approx 7.76^\circ$$

문제 17

전달 함수

$$H(s) = \frac{7s + 35}{s^2 + 14s + 60}$$

에 대해 $\omega = 5 \text{ rad/s}$ 에서 크기 및 위상 응답을 구하시오.

풀이

$s = j5$ 대입:

분자:

$$7(j5) + 35 = 35 + j35$$

분자 크기:

$$\sqrt{35^2 + 35^2} = \sqrt{1225 + 1225} = \sqrt{2450} \approx 49.5$$

분자 위상:

$$\tan^{-1} \left(\frac{35}{35} \right) = 45^\circ$$

분모:

$$(j5)^2 + 14(j5) + 60 = -25 + 70j + 60 = 35 + 70j$$

분모 크기:

$$\sqrt{35^2 + 70^2} = \sqrt{1225 + 4900} = \sqrt{6125} \approx 78.27$$

분모 위상:

$$\tan^{-1} \left(\frac{70}{35} \right) = \tan^{-1}(2) = 63.43^\circ$$

전체 크기:

$$\frac{49.5}{78.27} \approx 0.632$$

전체 위상:

$$45^\circ - 63.43^\circ = -18.43^\circ$$

해설

주파수 5rad/s에서 1차 분자와 2차 분모 주파수 응답 해석 문제입니다.

답

$$|H(j5)| \approx 0.632, \quad \angle H(j5) \approx -18.43^\circ$$

문제 18

전달 함수

$$H(s) = \frac{s^2 + 10s + 25}{s^2 + 12s + 36}$$

에 대해 $\omega = 2 \text{ rad/s}$ 에서 크기 및 위상 응답을 구하시오.

풀이

$s = j2$ 대입:

분자:

$$(j2)^2 + 10(j2) + 25 = -4 + 20j + 25 = 21 + 20j$$

분자 크기:

$$\sqrt{21^2 + 20^2} = \sqrt{441 + 400} = \sqrt{841} = 29$$

분자 위상:

$$\tan^{-1} \left(\frac{20}{21} \right) \approx 43.6^\circ$$

분모:

$$(j2)^2 + 12(j2) + 36 = -4 + 24j + 36 = 32 + 24j$$

분모 크기:

$$\sqrt{32^2 + 24^2} = \sqrt{1024 + 576} = \sqrt{1600} = 40$$

분모 위상:

$$\tan^{-1} \left(\frac{24}{32} \right) = \tan^{-1}(0.75) \approx 36.87^\circ$$

전체 크기:

$$\frac{29}{40} = 0.725$$

전체 위상:

$$43.6^\circ - 36.87^\circ = 6.73^\circ$$

해설

분자와 분모 모두 완전제곱식 형태의 2차 다항식을 다룹니다.

답

$$|H(j2)| = 0.725, \quad \angle H(j2) = 6.73^\circ$$

문제 19
전달 함수

$$H(s) = \frac{4s + 20}{s^2 + 16s + 64}$$

에 대해 $\omega = 3 \text{ rad/s}$ 에서 크기 및 위상 응답을 구하시오.

풀이
 $s = j3$ 대입:
분자:

$$4(j3) + 20 = 20 + j12$$

분자 크기:

$$\sqrt{20^2 + 12^2} = \sqrt{400 + 144} = \sqrt{544} \approx 23.32$$

분자 위상:

$$\tan^{-1} \left(\frac{12}{20} \right) = 30.96^\circ$$

분모:

$$(j3)^2 + 16(j3) + 64 = -9 + 48j + 64 = 55 + 48j$$

분모 크기:

$$\sqrt{55^2 + 48^2} = \sqrt{3025 + 2304} = \sqrt{5329} = 73$$

분모 위상:

$$\tan^{-1} \left(\frac{48}{55} \right) = 41.19^\circ$$

전체 크기:

$$\frac{23.32}{73} \approx 0.319$$

전체 위상:

$$30.96^\circ - 41.19^\circ = -10.23^\circ$$

해설
분자 및 분모의 크기와 위상을 정확히 계산하여 주파수 응답을 분석하는 문제입니다.

답

$$|H(j3)| \approx 0.319, \quad \angle H(j3) \approx -10.23^\circ$$

문제 20
전달 함수

$$H(s) = \frac{s^2 + 12s + 36}{s^2 + 14s + 50}$$

에 대해 $\omega = 4 \text{ rad/s}$ 에서 크기 및 위상 응답을 구하시오.

풀이

$s = j4$ 대입:

분자:

$$(j4)^2 + 12(j4) + 36 = -16 + 48j + 36 = 20 + 48j$$

분자 크기:

$$\sqrt{20^2 + 48^2} = \sqrt{400 + 2304} = \sqrt{2704} = 52$$

분자 위상:

$$\tan^{-1} \left(\frac{48}{20} \right) = \tan^{-1}(2.4) \approx 67.38^\circ$$

분모:

$$(j4)^2 + 14(j4) + 50 = -16 + 56j + 50 = 34 + 56j$$

분모 크기:

$$\sqrt{34^2 + 56^2} = \sqrt{1156 + 3136} = \sqrt{4292} \approx 65.52$$

분모 위상:

$$\tan^{-1} \left(\frac{56}{34} \right) = \tan^{-1}(1.647) \approx 58.41^\circ$$

전체 크기:

$$\frac{52}{65.52} \approx 0.793$$

전체 위상:

$$67.38^\circ - 58.41^\circ = 8.97^\circ$$

해설

주파수 4rad/s에서 2차 다항식 분자와 분모 크기 및 위상 계산 문제입니다.

답

$$|H(j4)| \approx 0.793, \quad \angle H(j4) \approx 8.97^\circ$$