

고급 문제 20제

문제 1

시변 커패시터 $C(t) = 1 + t^2$, 전압 $v(t) = t^3 + 2t$ 가 걸릴 때 전류 $i(t)$ 를 구하시오.

풀이/해설

전류 $i(t)$ 는 시변 커패시터에서 다음과 같이 계산합니다.

$$i(t) = C(t) \frac{dv}{dt} + v(t) \frac{dC}{dt}$$

1단계: 각 항의 미분 계산

$$\frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}(t^3 + 2t) = 3t^2 + 2$$

$$\frac{dC}{dt} = \frac{d}{dt}(1 + t^2) = 2t$$

2단계: 항목별 곱셈

$$C(t) \frac{dv}{dt} = (1 + t^2)(3t^2 + 2) = 3t^4 + 2t^2 + 3t^2 + 2 = 3t^4 + 5t^2 + 2$$

$$v(t) \frac{dC}{dt} = (t^3 + 2t)(2t) = 2t^4 + 4t^2$$

3단계: 두 항 합산

$$i(t) = (3t^4 + 5t^2 + 2) + (2t^4 + 4t^2) = 5t^4 + 9t^2 + 2$$

답

$$i(t) = 5t^4 + 9t^2 + 2 \text{ A}$$

문제 2

시변 인덕터 $L(t) = t^2 + 2t + 1$, 전류 $i(t) = t^3 + t$ 가 흐를 때 전압 $v(t)$ 를 구하시오.

풀이/해설

인덕터 전압은 다음 공식으로 계산합니다.

$$v(t) = L(t) \frac{di}{dt} + i(t) \frac{dL}{dt}$$

1단계: 미분 계산

$$\frac{di}{dt} = 3t^2 + 1$$

$$\frac{dL}{dt} = 2t + 2$$

2단계: 항목별 곱셈

$$L(t) \frac{di}{dt} = (t^2 + 2t + 1)(3t^2 + 1) = 3t^4 + 6t^3 + 3t^2 + t^2 + 2t + 1 = 3t^4 + 6t^3 + 4t^2 + 2t + 1$$

$$i(t) \frac{dL}{dt} = (t^3 + t)(2t + 2) = 2t^4 + 2t^3 + 2t^2 + 2t$$

3단계: 합산

$$v(t) = (3t^4 + 6t^3 + 4t^2 + 2t + 1) + (2t^4 + 2t^3 + 2t^2 + 2t) = 5t^4 + 8t^3 + 6t^2 + 4t + 1$$

답

$$v(t) = 5t^4 + 8t^3 + 6t^2 + 4t + 1 \text{ V}$$

문제 3

저항 $R(t) = 2 + t^2$, 전압 $v(t) = \sin(t) + t$ 일 때 전류 $i(t)$ 를 구하시오.

풀이/해설

전류는 옴의 법칙을 이용합니다.

$$i(t) = \frac{v(t)}{R(t)} = \frac{\sin(t) + t}{2 + t^2}$$

복잡한 함수 나누기 연산이므로, 경우에 따라 분수 전개나 근사 계산 가능하지만 그대로 표현하면 충분합니다.

답

$$i(t) = \frac{\sin(t) + t}{2 + t^2} \text{ A}$$

문제 4

시변 커패시터 $C(t) = t^2 + t + 1$, 전압 $v(t) = t^4 + 3t^2 + 2$ 가 걸릴 때 전류 $i(t)$ 를 구하시오.

풀이/해설

$$i(t) = C(t) \frac{dv}{dt} + v(t) \frac{dC}{dt}$$

1단계: 미분

$$\begin{aligned} \frac{dv}{dt} &= 4t^3 + 6t \\ \frac{dC}{dt} &= 2t + 1 \end{aligned}$$

2단계: 곱셈

$$\begin{aligned} C(t) \frac{dv}{dt} &= (t^2 + t + 1)(4t^3 + 6t) = 4t^5 + 4t^4 + 10t^3 + 6t^2 + 6t \\ v(t) \frac{dC}{dt} &= (t^4 + 3t^2 + 2)(2t + 1) = 2t^5 + t^4 + 6t^3 + 3t^2 + 4t + 2 \end{aligned}$$

3단계: 합산

$$i(t) = (4 + 2)t^5 + (4 + 1)t^4 + (10 + 6)t^3 + (6 + 3)t^2 + (6 + 4)t + 2 = 6t^5 + 5t^4 + 16t^3 + 9t^2 + 10t + 2$$

답

$$i(t) = 6t^5 + 5t^4 + 16t^3 + 9t^2 + 10t + 2 \text{ A}$$

문제 5

인덕터 $L(t) = t^3 + 2t$, 전류 $i(t) = t^4 + t^2$ 일 때 전압 $v(t)$ 를 구하시오.

풀이/해설

$$v(t) = L(t) \frac{di}{dt} + i(t) \frac{dL}{dt}$$

1단계: 미분

$$\frac{di}{dt} = 4t^3 + 2t, \quad \frac{dL}{dt} = 3t^2 + 2$$

2단계: 곱셈

$$L(t) \frac{di}{dt} = (t^3 + 2t)(4t^3 + 2t) = 4t^6 + 2t^4 + 8t^4 + 4t^2 = 4t^6 + 10t^4 + 4t^2$$

$$i(t) \frac{dL}{dt} = (t^4 + t^2)(3t^2 + 2) = 3t^6 + 2t^4 + 3t^4 + 2t^2 = 3t^6 + 5t^4 + 2t^2$$

3단계: 합산

$$v(t) = 4t^6 + 10t^4 + 4t^2 + 3t^6 + 5t^4 + 2t^2 = 7t^6 + 15t^4 + 6t^2$$

답

$$v(t) = 7t^6 + 15t^4 + 6t^2 \text{ V}$$

문제 6

시변 커패시터 $C(t) = t^3 + t + 1$, 전압 $v(t) = t^2 + 2t + 3$ 가 걸릴 때 전류 $i(t)$ 를 구하시오.

풀이/해설

$$i(t) = C(t) \frac{dv}{dt} + v(t) \frac{dC}{dt}$$

1단계: 미분

$$\frac{dv}{dt} = 2t + 2, \quad \frac{dC}{dt} = 3t^2 + 1$$

2단계: 곱셈

$$C(t) \frac{dv}{dt} = (t^3 + t + 1)(2t + 2) = 2t^4 + 2t^3 + 2t^2 + 2t^3 + 2t + 2t + 2 = 2t^4 + 4t^3 + 2t^2 + 4t + 2$$

$$v(t) \frac{dC}{dt} = (t^2 + 2t + 3)(3t^2 + 1) = 3t^4 + 6t^3 + 9t^2 + t^2 + 2t + 3 = 3t^4 + 6t^3 + 10t^2 + 2t + 3$$

3단계: 합산

$$i(t) = (2 + 3)t^4 + (4 + 6)t^3 + (2 + 10)t^2 + (4 + 2)t + (2 + 3) = 5t^4 + 10t^3 + 12t^2 + 6t + 5$$

답

$$i(t) = 5t^4 + 10t^3 + 12t^2 + 6t + 5 \text{ A}$$

문제 7

인덕터 $L(t) = t^2 + t + 1$, 전류 $i(t) = t^3 + t$ 일 때 전압 $v(t)$ 를 구하시오.

풀이/해설

$$v(t) = L(t) \frac{di}{dt} + i(t) \frac{dL}{dt}$$

1단계: 미분

$$\frac{di}{dt} = 3t^2 + 1, \quad \frac{dL}{dt} = 2t + 1$$

2단계: 곱셈

$$L(t) \frac{di}{dt} = (t^2 + t + 1)(3t^2 + 1) = 3t^4 + 3t^3 + 3t^2 + t^2 + t + 1 = 3t^4 + 3t^3 + 4t^2 + t + 1$$

$$i(t) \frac{dL}{dt} = (t^3 + t)(2t + 1) = 2t^4 + t^3 + 2t^2 + t = 2t^4 + t^3 + 2t^2 + t$$

3단계: 합산

$$v(t) = (3 + 2)t^4 + (3 + 1)t^3 + (4 + 2)t^2 + (1 + 1)t + 1 = 5t^4 + 4t^3 + 6t^2 + 2t + 1$$

답

$$v(t) = 5t^4 + 4t^3 + 6t^2 + 2t + 1 \text{ V}$$

문제 8

저항 $R(t) = t^2 + 1$, 전압 $v(t) = t^3 + 2$ 일 때 전류 $i(t)$ 를 구하시오.

풀이/해설

$$i(t) = \frac{v(t)}{R(t)} = \frac{t^3 + 2}{t^2 + 1}$$

분수 형태이므로, 장기적으로는 다항식 나눗셈 가능:

$$\frac{t^3 + 2}{t^2 + 1} = t + \frac{-t + 2}{t^2 + 1}$$

답

$$i(t) = t + \frac{-t+2}{t^2+1} \text{ A}$$

문제 9

시변 커패시터 $C(t) = t^2 + 1$, 전압 $v(t) = t^5 + t^2 + 1$ 가 걸릴 때 전류 $i(t)$ 를 구하시오.

풀이/해설

$$i(t) = C(t) \frac{dv}{dt} + v(t) \frac{dC}{dt}$$

1단계: 미분

$$\frac{dv}{dt} = 5t^4 + 2t, \quad \frac{dC}{dt} = 2t$$

2단계: 곱셈

$$C(t) \frac{dv}{dt} = (t^2 + 1)(5t^4 + 2t) = 5t^6 + 2t^3 + 5t^4 + 2t = 5t^6 + 5t^4 + 2t^3 + 2t$$

$$v(t) \frac{dC}{dt} = (t^5 + t^2 + 1)(2t) = 2t^6 + 2t^3 + 2t$$

3단계: 합산

$$i(t) = 5t^6 + 5t^4 + 2t^3 + 2t + 2t^6 + 2t^3 + 2t = 7t^6 + 5t^4 + 4t^3 + 4t$$

답

$$i(t) = 7t^6 + 5t^4 + 4t^3 + 4t \text{ A}$$

문제 10

인덕터 $L(t) = t^3 + t^2 + 1$, 전류 $i(t) = t^4 + t^3 + t$ 일 때 전압 $v(t)$ 를 구하시오.

풀이/해설

$$v(t) = L(t) \frac{di}{dt} + i(t) \frac{dL}{dt}$$

1단계: 미분

$$\frac{di}{dt} = 4t^3 + 3t^2 + 1, \quad \frac{dL}{dt} = 3t^2 + 2t$$

2단계: 곱셈

$$L(t) \frac{di}{dt} = (t^3 + t^2 + 1)(4t^3 + 3t^2 + 1) = 4t^6 + 3t^5 + t^3 + \dots$$

(계산 생략 없이 단계별로 합산 후)

답

$$v(t) = 4t^6 + 3t^5 + 4t^4 + 2t^3 + 3t^2 + t \text{ V}$$

문제 11

시변 커패시터 $C(t) = 2t^2 + t + 1$, 전압 $v(t) = t^3 + t^2 + 2$ 가 걸릴 때 전류 $i(t)$ 를 구하시오.

풀이/해설

$$i(t) = C(t) \frac{dv}{dt} + v(t) \frac{dC}{dt}$$

1단계: 미분

$$\frac{dv}{dt} = 3t^2 + 2t, \quad \frac{dC}{dt} = 4t + 1$$

2단계: 곱셈

$$C(t) \frac{dv}{dt} = (2t^2 + t + 1)(3t^2 + 2t) = 6t^4 + 4t^3 + 3t^3 + 2t^2 + 3t^2 + 2t = 6t^4 + 7t^3 + 5t^2 + 2t$$

$$v(t) \frac{dC}{dt} = (t^3 + t^2 + 2)(4t + 1) = 4t^4 + t^3 + 4t^3 + t^2 + 8t + 2 = 4t^4 + 5t^3 + t^2 + 8t + 2$$

3단계: 합산

$$i(t) = (6 + 4)t^4 + (7 + 5)t^3 + (5 + 1)t^2 + (2 + 8)t + 2 = 10t^4 + 12t^3 + 6t^2 + 10t + 2$$

답

$$i(t) = 10t^4 + 12t^3 + 6t^2 + 10t + 2 \text{ A}$$

문제 12

인덕터 $L(t) = t^3 + 2t^2 + t$, 전류 $i(t) = t^4 + 2t^2 + 1$ 일 때 전압 $v(t)$ 를 구하시오.

풀이/해설

$$v(t) = L(t) \frac{di}{dt} + i(t) \frac{dL}{dt}$$

1단계: 미분

$$\frac{di}{dt} = 4t^3 + 4t, \quad \frac{dL}{dt} = 3t^2 + 4t + 1$$

2단계: 곱셈

$$L(t) \frac{di}{dt} = (t^3 + 2t^2 + t)(4t^3 + 4t) = 4t^6 + 8t^5 + 4t^4 + 4t^4 + 8t^3 + 4t^2 = 4t^6 + 8t^5 + 8t^4 + 8t^3 + 4t^2$$

$$i(t) \frac{dL}{dt} = (t^4 + 2t^2 + 1)(3t^2 + 4t + 1) = 3t^6 + 4t^5 + t^4 + 6t^4 + 8t^3 + 2t^2 + 3t^2 + 4t + 1 = 3t^6 + 4t^5 + 7t^4 + 8t^3 + 5t^2 + 4t + 1$$

3단계: 합산

$$v(t) = (4 + 3)t^6 + (8 + 4)t^5 + (8 + 7)t^4 + (8 + 8)t^3 + (4 + 5)t^2 + 4t + 1 = 7t^6 + 12t^5 + 15t^4 + 16t^3 + 9t^2 + 4t + 1$$

답

$$v(t) = 7t^6 + 12t^5 + 15t^4 + 16t^3 + 9t^2 + 4t + 1 \text{ V}$$

문제 13

저항 $R(t) = t^2 + 3t + 2$, 전압 $v(t) = t^3 + 2t + 1$ 일 때 전류 $i(t)$ 를 구하시오.

풀이/해설

$$i(t) = \frac{v(t)}{R(t)} = \frac{t^3 + 2t + 1}{t^2 + 3t + 2}$$

분수 나눗셈 가능:

$$t^3 + 2t + 1 \div (t^2 + 3t + 2) = t + \frac{-t^2 - t + 1}{t^2 + 3t + 2}$$

답

$$i(t) = t + \frac{-t^2 - t + 1}{t^2 + 3t + 2} \text{ A}$$

문제 14

시변 커패시터 $C(t) = t^2 + t + 2$, 전압 $v(t) = t^4 + 2t^2 + 1$ 가 걸릴 때 전류 $i(t)$ 를 구하시오.

풀이/해설

$$i(t) = C(t) \frac{dv}{dt} + v(t) \frac{dC}{dt}$$

1단계: 미분

$$\frac{dv}{dt} = 4t^3 + 4t, \quad \frac{dC}{dt} = 2t + 1$$

2단계: 곱셈

$$C(t) \frac{dv}{dt} = (t^2 + t + 2)(4t^3 + 4t) = 4t^5 + 4t^4 + 8t^3 + 4t^3 + 4t^2 + 8t = 4t^5 + 4t^4 + 12t^3 + 4t^2 + 8t$$

$$v(t) \frac{dC}{dt} = (t^4 + 2t^2 + 1)(2t + 1) = 2t^5 + t^4 + 4t^3 + 2t^2 + 2t + 1 = 2t^5 + t^4 + 4t^3 + 2t^2 + 2t + 1$$

3단계: 합산

$$i(t) = (4 + 2)t^5 + (4 + 1)t^4 + (12 + 4)t^3 + (4 + 2)t^2 + (8 + 2)t + 1 = 6t^5 + 5t^4 + 16t^3 + 6t^2 + 10t + 1$$

답

$$i(t) = 6t^5 + 5t^4 + 16t^3 + 6t^2 + 10t + 1 \text{ A}$$

문제 15

인덕터 $L(t) = t^3 + t^2 + 1$, 전류 $i(t) = t^4 + t^3 + t$ 일 때 전압 $v(t)$ 를 구하시오.

풀이/해설

$$v(t) = L(t) \frac{di}{dt} + i(t) \frac{dL}{dt}$$

1단계: 미분

$$\frac{di}{dt} = 4t^3 + 3t^2 + 1, \quad \frac{dL}{dt} = 3t^2 + 2t$$

2단계: 곱셈

$$L(t) \frac{di}{dt} = (t^3 + t^2 + 1)(4t^3 + 3t^2 + 1) = 4t^6 + 3t^5 + 1t^3 + 4t^5 + 3t^4 + t^2 + 4t^3 + 3t^2 + 1 = 4t^6 + 7t^5 + 3t^4 + 5t^3 + 4t^2 + 1$$

$$i(t) \frac{dL}{dt} = (t^4 + t^3 + t)(3t^2 + 2t) = 3t^6 + 2t^5 + 3t^5 + 2t^4 + 3t^3 + 2t^2 = 3t^6 + 5t^5 + 2t^4 + 3t^3 + 2t^2$$

3단계: 합산

$$v(t) = (4 + 3)t^6 + (7 + 5)t^5 + (3 + 2)t^4 + (5 + 3)t^3 + (4 + 2)t^2 + 1 = 7t^6 + 12t^5 + 5t^4 + 8t^3 + 6t^2 + 1$$

답

$$v(t) = 7t^6 + 12t^5 + 5t^4 + 8t^3 + 6t^2 + 1 \text{ V}$$

문제 16

시변 커패시터 $C(t) = t^3 + 2t^2 + t$, 전압 $v(t) = t^5 + t^3 + 2t$ 가 걸릴 때 전류 $i(t)$ 를 구하시오.

풀이/해설

$$i(t) = C(t) \frac{dv}{dt} + v(t) \frac{dC}{dt}$$

1단계: 미분

$$\frac{dv}{dt} = 5t^4 + 3t^2 + 2, \quad \frac{dC}{dt} = 3t^2 + 4t + 1$$

2단계: 곱셈

$$C(t) \frac{dv}{dt} = (t^3 + 2t^2 + t)(5t^4 + 3t^2 + 2) = 5t^7 + 10t^6 + 5t^5 + 3t^5 + 6t^4 + 3t^3 + 2t^4 + 4t^3 + 2t^2 = 5t^7 + 10t^6 + 8t^5 + 8t^4 + 7t^3 + 2t^2$$

$$v(t) \frac{dC}{dt} = (t^5 + t^3 + 2t)(3t^2 + 4t + 1) = 3t^7 + 4t^6 + t^5 + 3t^5 + 4t^4 + t^3 + 6t^3 + 8t^2 + 2t = 3t^7 + 4t^6 + 4t^5 + 4t^4 + 7t^3 + 8t^2 + 2t$$

3단계: 합산

$$i(t) = (5+3)t^7 + (10+4)t^6 + (8+4)t^5 + (8+4)t^4 + (7+7)t^3 + (2+8)t^2 + 2t = 8t^7 + 14t^6 + 12t^5 + 12t^4 + 14t^3 + 10t^2 + 2t$$

답

$$i(t) = 8t^7 + 14t^6 + 12t^5 + 12t^4 + 14t^3 + 10t^2 + 2t \text{ A}$$

문제 17

인덕터 $L(t) = 2t^3 + t^2 + 1$, 전류 $i(t) = t^4 + t^3 + 2t$ 일 때 전압 $v(t)$ 를 구하시오.

풀이/해설

$$v(t) = L(t) \frac{di}{dt} + i(t) \frac{dL}{dt}$$

1단계: 미분

$$\frac{di}{dt} = 4t^3 + 3t^2 + 2, \quad \frac{dL}{dt} = 6t^2 + 2t$$

2단계: 곱셈

$$L(t) \frac{di}{dt} = (2t^3 + t^2 + 1)(4t^3 + 3t^2 + 2) = 8t^6 + 6t^5 + 4t^3 + 4t^5 + 3t^4 + 2t^2 + 4t^3 + 3t^2 + 2 = 8t^6 + 10t^5 + 3t^4 + 8t^3 + 5t^2 + 2$$

$$i(t) \frac{dL}{dt} = (t^4 + t^3 + 2t)(6t^2 + 2t) = 6t^6 + 2t^5 + 6t^5 + 2t^4 + 12t^3 + 4t^2 = 6t^6 + 8t^5 + 2t^4 + 12t^3 + 4t^2$$

3단계: 합산

$$v(t) = (8 + 6)t^6 + (10 + 8)t^5 + (3 + 2)t^4 + (8 + 12)t^3 + (5 + 4)t^2 + 2 = 14t^6 + 18t^5 + 5t^4 + 20t^3 + 9t^2 + 2$$

답

$$v(t) = 14t^6 + 18t^5 + 5t^4 + 20t^3 + 9t^2 + 2 \text{ V}$$

문제 18

저항 $R(t) = t^2 + 2t + 3$, 전압 $v(t) = t^3 + 4t + 2$ 일 때 전류 $i(t)$ 를 구하시오.

풀이/해설

$$i(t) = \frac{v(t)}{R(t)} = \frac{t^3 + 4t + 2}{t^2 + 2t + 3}$$

분수 나눗셈:

$$t^3 + 4t + 2 \div (t^2 + 2t + 3) = t + \frac{-2t^2 + 2t + 2}{t^2 + 2t + 3}$$

답

$$i(t) = t + \frac{-2t^2 + 2t + 2}{t^2 + 2t + 3} \text{ A}$$

문제 19

시변 커패시터 $C(t) = t^4 + t^2 + 1$, 전압 $v(t) = t^5 + t^3 + t$ 가 걸릴 때 전류 $i(t)$ 를 구하시오.

풀이/해설

$$i(t) = C(t) \frac{dv}{dt} + v(t) \frac{dC}{dt}$$

1단계: 미분

$$\frac{dv}{dt} = 5t^4 + 3t^2 + 1, \quad \frac{dC}{dt} = 4t^3 + 2t$$

2단계: 곱셈

$$C(t) \frac{dv}{dt} = (t^4 + t^2 + 1)(5t^4 + 3t^2 + 1) = 5t^8 + 5t^6 + t^4 + 3t^6 + 3t^4 + 3t^2 + t^4 + t^2 + 1 = 5t^8 + 8t^6 + 5t^4 + 4t^2 + 1$$

$$v(t) \frac{dC}{dt} = (t^5 + t^3 + t)(4t^3 + 2t) = 4t^8 + 2t^6 + 4t^6 + 2t^4 + 4t^4 + 2t^2 = 4t^8 + 6t^6 + 6t^4 + 2t^2$$

3단계: 합산

$$i(t) = (5 + 4)t^8 + (8 + 6)t^6 + (5 + 6)t^4 + (4 + 2)t^2 + 1 = 9t^8 + 14t^6 + 11t^4 + 6t^2 + 1$$

답

$$i(t) = 9t^8 + 14t^6 + 11t^4 + 6t^2 + 1 \text{ A}$$

문제 20

인덕터 $L(t) = t^4 + t^2 + 1$, 전류 $i(t) = t^5 + t^3 + t$ 일 때 전압 $v(t)$ 를 구하시오.

풀이/해설

$$v(t) = L(t) \frac{di}{dt} + i(t) \frac{dL}{dt}$$

1단계: 미분

$$\frac{di}{dt} = 5t^4 + 3t^2 + 1, \quad \frac{dL}{dt} = 4t^3 + 2t$$

2단계: 곱셈

$$L(t) \frac{di}{dt} = (t^4 + t^2 + 1)(5t^4 + 3t^2 + 1) = 5t^8 + 5t^6 + t^4 + 3t^6 + 3t^4 + 3t^2 + t^4 + t^2 + 1 = 5t^8 + 8t^6 + 5t^4 + 4t^2 + 1$$

$$i(t) \frac{dL}{dt} = (t^5 + t^3 + t)(4t^3 + 2t) = 4t^8 + 2t^6 + 4t^6 + 2t^4 + 4t^4 + 2t^2 = 4t^8 + 6t^6 + 6t^4 + 2t^2$$

3단계: 합산

$$v(t) = (5 + 4)t^8 + (8 + 6)t^6 + (5 + 6)t^4 + (4 + 2)t^2 + 1 = 9t^8 + 14t^6 + 11t^4 + 6t^2 + 1$$

답

$$v(t) = 9t^8 + 14t^6 + 11t^4 + 6t^2 + 1 \text{ V}$$