

정현파 수학 표현 - 중급 연습문제 20선

문제 1

정현파 $x(t) = 4 \sin(100\pi t + \frac{\pi}{6})$ 의 주기 T 와 위상은 각각 얼마인가?

풀이

주어진 식은 $x(t) = A \sin(\omega t + \phi)$ 형식이며,

$$\omega = 100\pi \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{100\pi}{2\pi} = 50 \text{ Hz} \Rightarrow T = \frac{1}{f} = \frac{1}{50}$$

위상은 식에서 보이듯 $\phi = \frac{\pi}{6}$ 이다.

정답

주기 $T = \frac{1}{50}$ s, 위상 $\frac{\pi}{6}$ rad

문제 2

함수 $x(t) = 5 \cos(2\pi \cdot 60t + \frac{\pi}{3})$ 의 시작 시점인 $t = 0$ 에서의 값은?

풀이

$$x(0) = 5 \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = 5 \cdot \frac{1}{2} = 2.5$$

정답

2.5

문제 3

RMS 값이 100 V인 정현파의 표현식을 구하시오. 주파수는 60 Hz, 위상은 0이다.

풀이

RMS 값 V_{RMS} 와 최대값 V_{max} 는 다음 관계를 가진다:

$$V_{\text{max}} = \sqrt{2} \cdot V_{\text{RMS}} = \sqrt{2} \cdot 100 \approx 141.42$$

따라서 정현파는:

$$v(t) = 141.42 \sin(2\pi \cdot 60t)$$

정답

$$v(t) = 141.42 \sin(2\pi \cdot 60t)$$

문제 4

두 정현파 $x_1(t) = 5 \cos(100\pi t)$ 와 $x_2(t) = 5 \cos(100\pi t + \frac{\pi}{2})$ 의 위상차는?

풀이

두 함수의 위상차는 $\Delta\phi = \frac{\pi}{2}$ 이다. 이는 x_2 가 x_1 보다 90도 (혹은 $\frac{\pi}{2}$ rad) 만큼 앞서 있다는 의미이다.

정답

$$\frac{\pi}{2} \text{ rad (또는 90도)}$$

문제 5

다음 정현파의 평균값을 구하시오: $x(t) = 10 \cos(2\pi t + \pi)$

풀이

정현파는 평균값이 항상 0이다. 위상 이동이 있어도 평균값은 변하지 않는다.

정답

$$0$$

문제 6

$x(t) = 10 \sin(314t)$ 일 때, 주파수 f 와 주기 T 를 구하시오.

풀이

$$\omega = 314 = 2\pi f \Rightarrow f = \frac{314}{2\pi} \approx 50 \Rightarrow T = \frac{1}{f} = \frac{1}{50}$$

정답

$$f = 50 \text{ Hz}, T = \frac{1}{50} \text{ s}$$

문제 7

$x(t) = A \sin(\omega t)$ 의 평균 제곱값을 구하시오.

풀이

정현파의 평균 제곱값은 다음과 같다:

$$\langle x^2 \rangle = \frac{A^2}{2}$$

정답

$$\frac{A^2}{2}$$

문제 8

정현파 전압 $v(t) = 220\sqrt{2}\sin(2\pi \cdot 60t)$ 의 RMS 값을 구하시오.

풀이

$$V_{\max} = 220\sqrt{2} \Rightarrow V_{\text{RMS}} = \frac{V_{\max}}{\sqrt{2}} = 220$$

정답

220 V

문제 9

$x(t) = 3\sin(200\pi t + \frac{\pi}{2})$ 를 코사인 함수로 변환하시오.

풀이

사인파와 코사인의 관계는 다음과 같다:

$$\sin(\theta + \frac{\pi}{2}) = \cos(\theta) \Rightarrow x(t) = 3\cos(200\pi t)$$

정답

$$x(t) = 3\cos(200\pi t)$$

문제 10

$x(t) = 10\sin(100\pi t)$ 를 복소수 표현으로 나타내시오.

풀이

정현파의 복소 표현은:

$$x(t) = \Re\{Ae^{j(\omega t + \phi)}\}$$

여기서 $A = 10, \omega = 100\pi, \phi = 0$

$$\Rightarrow x(t) = \Re\{10e^{j100\pi t}\}$$

정답

$$x(t) = \Re\{10e^{j100\pi t}\}$$

문제 11

$A = 10, f = 50 \text{ Hz}, \phi = \frac{\pi}{3}$ 인 정현파를 시간영역에서 표현하시오.

풀이

$$\omega = 2\pi f = 100\pi \Rightarrow x(t) = 10 \sin(100\pi t + \frac{\pi}{3})$$

정답

$$x(t) = 10 \sin(100\pi t + \frac{\pi}{3})$$

문제 12

$\omega = 200\pi$ 일 때, 주파수는?

풀이

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{200\pi}{2\pi} = 100$$

정답

100 Hz

문제 13

위상이 $-\frac{\pi}{2}$ 인 정현파는 어느 쪽으로 얼마나 이동하는가?

풀이

음의 위상은 파형이 오른쪽으로 이동하는 것을 의미한다. $\frac{\pi}{2}$ rad = 90도 = 파형의 1/4주기만큼 오른쪽 이동.

정답

오른쪽으로 $\frac{\pi}{2}$ rad (90도) 이동

문제 14

$x(t) = 3 \cos(\omega t)$ 일 때, 복소수 형태로 표현하시오.

풀이

$$\cos(\omega t) = \Re\{e^{j\omega t}\} \Rightarrow x(t) = \Re\{3e^{j\omega t}\}$$

정답

$$x(t) = \Re\{3e^{j\omega t}\}$$

문제 15

정현파 $x(t) = 4 \sin(2\pi \cdot 25t)$ 의 주기 T 는?

풀이

$$f = 25 \Rightarrow T = \frac{1}{f} = \frac{1}{25}$$

정답

$$\frac{1}{25} \text{ s}$$

문제 16

$x(t) = A \cos(\omega t + \phi)$ 의 초기값은?

풀이

$$x(0) = A \cos(\phi)$$

정답

$$A \cos(\phi)$$

문제 17

$x(t) = 12 \sin(2\pi \cdot 60t + \frac{\pi}{2})$ 를 코사인으로 변환하시오.

풀이

$$\sin(\theta + \frac{\pi}{2}) = \cos(\theta) \Rightarrow x(t) = 12 \cos(2\pi \cdot 60t)$$

정답

$$x(t) = 12 \cos(2\pi \cdot 60t)$$

문제 18

$x(t) = \sin(\omega t)$ 에서 한 주기의 구간은?

풀이

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

정답

$$\frac{2\pi}{\omega}$$

문제 19

$x(t) = 6 \sin(150\pi t)$ 의 주기와 주파수는?

풀이

$$\omega = 150\pi \Rightarrow f = \frac{150\pi}{2\pi} = 75, \quad T = \frac{1}{75}$$

정답

$$f = 75 \text{ Hz}, T = \frac{1}{75} \text{ s}$$

문제 20

두 정현파가 서로 위상차 π 를 가지면, 합은 어떻게 되는가?

풀이

위상차가 π 인 두 정현파는 정반대 방향이므로 합은 상쇄된다. 예: $\sin(\omega t) + \sin(\omega t + \pi) = \sin(\omega t) - \sin(\omega t) = 0$

정답

상쇄되어 합은 0이 된다