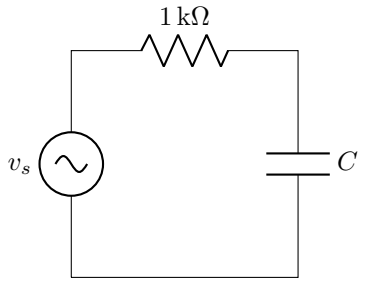
고급 정현파 수학적 표현 문제 20선

문제 1

주파수 $f = 1000\,\text{Hz}$, 저항 $R = 1\,\text{k}\Omega$인 RC 직렬회로에서 위상을 $+30^\circ$ 증가시키기 위한 커패시턴스 C를 구하시오.



풀이:
회로 임피던스는

$$Z = R - j\frac{1}{\omega C}$$

각도는

$$\phi = \tan^{-1}\left(-\frac{1}{\omega RC}\right)$$

주파수 각속도는

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \times 1000 = 2000\pi\ \text{rad/s}$$

위상 $+30^\circ = \frac{\pi}{6}$ 이므로,

$$\frac{\pi}{6} = \tan^{-1}\left(-\frac{1}{2000\pi \times 1000 \times C}\right)$$

탄젠트 양변 적용,

$$\tan\frac{\pi}{6} = \frac{1}{\sqrt{3}} \approx 0.577$$

부호는 위상 방향에 따라 양수로 변환하여 계산:

$$0.577 = \frac{1}{2000\pi \times 1000 \times C}$$

따라서,

$$C = \frac{1}{2000\pi \times 1000 \times 0.577} \approx 2.76 \times 10^{-7}\ \text{F} = 276\,\text{nF}$$

정답:

$$C = 276\,\text{nF}$$

문제 2

신호

$$v(t) = 50\cos(400\pi t - \frac{\pi}{3})$$

를 복소수 페이저로 표현하고 크기와 위상을 구하시오.

풀이:

페이저 표현은

$$\tilde{V} = V_m e^{j\phi}$$

여기서 최대값 $V_m = 50$, 위상 $\phi = -\frac{\pi}{3}$

$$\tilde{V} = 50e^{-j\pi/3}$$

크기는 $|\tilde{V}| = 50$, 위상은 $-\frac{\pi}{3}$ rad (약 $-60°$)

정답:

$$\tilde{V} = 50e^{-j\pi/3}, \quad |\tilde{V}| = 50, \quad \angle\tilde{V} = -\frac{\pi}{3}\,\text{rad}$$

문제 3

주기 $T = 4\,\text{ms}$이고 진폭이 $20\,\text{V}$인 정현파의 수학적 표현식을 구하시오. 위상은 0이다.

풀이:

주파수는

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{4 \times 10^{-3}} = 250\,\text{Hz}$$

각속도는

$$\omega = 2\pi f = 500\pi$$

따라서

$$v(t) = 20\sin(500\pi t)$$

정답:

$$v(t) = 20\sin(500\pi t)$$

문제 4

두 정현파

$$x_1(t) = 10\sin(100\pi t), \quad x_2(t) = 10\sin(100\pi t + \frac{\pi}{2})$$

의 합 $x(t) = x_1(t) + x_2(t)$의 진폭과 위상을 구하시오.

풀이:

복소수 페이저로 변환하면,

$$\tilde{X}_1 = 10e^{j0}, \quad \tilde{X}_2 = 10e^{j\pi/2} = 10j$$

합은

$$\tilde{X} = 10 + 10j = 10(1 + j)$$

크기는

$$|\tilde{X}| = 10\sqrt{1^2 + 1^2} = 10\sqrt{2} \approx 14.14$$

위상은

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{1}{1}\right) = \frac{\pi}{4}$$

따라서,

$$x(t) = 14.14\sin(100\pi t + \frac{\pi}{4})$$

정답:

$$x(t) = 14.14\sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$$

문제 5

신호

$$v(t) = 120\sqrt{2}\cos(2\pi \cdot 60t)$$

의 RMS 값을 구하시오.

풀이:

RMS 값은 최대값을 $\sqrt{2}$로 나눈 값이다.

$$V_{\text{rms}} = \frac{V_{\text{max}}}{\sqrt{2}} = \frac{120\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 120\ \text{V}$$

정답:

$$V_{\text{rms}} = 120\ \text{V}$$

문제 6

주파수가 60 Hz이고 위상이 $-\frac{\pi}{3}$인 정현파의 표현식을 구하시오. 진폭은 10 V이다.

풀이:

각속도는

$$\omega = 2\pi f = 120\pi$$

정현파 표현은

$$v(t) = 10\sin(120\pi t - \frac{\pi}{3})$$

정답:

$$v(t) = 10\sin\left(120\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$$

문제 7

주파수가 400 Hz이고 위상이 $\frac{\pi}{2}$인 정현파를 코사인 함수로 변환하시오. 진폭은 5이다.

풀이:

$\sin(\theta + \frac{\pi}{2}) = \cos\theta$ 이므로,

$$v(t) = 5\sin(2\pi \cdot 400t + \frac{\pi}{2}) = 5\cos(2\pi \cdot 400t)$$

정답:

$$v(t) = 5\cos(2\pi \cdot 400t)$$

문제 8

복소수 페이저

$$\tilde{I} = 15e^{j\frac{\pi}{6}}$$

에 대응하는 시간 영역 정현파를 구하시오. 진동수는 50 Hz이고 진폭은 복소수 크기와 같다.

풀이:

각속도는

$$\omega = 2\pi \times 50 = 100\pi$$

시간 영역은

$$i(t) = 15\sin(100\pi t + \frac{\pi}{6})$$

정답:

$$i(t) = 15\sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$$

문제 9

주파수 100 Hz, 진폭 10 V, 위상 $-\frac{\pi}{4}$ 인 정현파 신호의 주기와 각속도를 구하시오.

풀이:

주기는

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{100} = 0.01\,\text{s}$$

각속도는

$$\omega = 2\pi f = 200\pi$$

정답:

$$T = 0.01\,\text{s}, \quad \omega = 200\pi\ \text{rad/s}$$

문제 10

두 정현파가 위상차 $\frac{\pi}{3}$ 로 겹쳐진다. 각 진폭이 8 V, 6 V 일 때 합성파의 진폭과 위상을 구하시오. 주파수는 동일하다.

풀이:

복소수 페이저 표현:

$$\tilde{V}_1 = 8e^{j0}, \quad \tilde{V}_2 = 6e^{j\pi/3}$$

합성:

$$\tilde{V} = 8 + 6\left(\cos\frac{\pi}{3} + j\sin\frac{\pi}{3}\right) = 8 + 6\times\frac{1}{2} + j6\times\frac{\sqrt{3}}{2} = 11 + j5.196$$

크기:

$$|\tilde{V}| = \sqrt{11^2 + 5.196^2} = \sqrt{121 + 27} = \sqrt{148} \approx 12.17$$

위상:

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{5.196}{11}\right) \approx 0.45\,\text{rad} \approx 25.7^\circ$$

정답:

$$V_{\text{peak}} \approx 12.17\,\text{V}, \quad \theta \approx 0.45\,\text{rad}$$

문제 11

정현파 신호

$$v(t) = 40\cos(500\pi t + \frac{\pi}{4})$$

의 평균 전력을 구하시오. 저항은 50 Ω이다.

풀이:

최대 전압은 $V_m = 40\text{V}$, 실효값은

$$V_{\text{rms}} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = \frac{40}{\sqrt{2}} = 28.28\,\text{V}$$

평균 전력은

$$P = \frac{V_{\text{rms}}^2}{R} = \frac{28.28^2}{50} = \frac{800}{50} = 16\,\text{W}$$

정답:

$$P = 16\,\text{W}$$

문제 12

진폭이 30V이고 주파수가 60 Hz인 사인파 신호의 주기와 각속도를 구하시오.

풀이:

주기:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{60} \approx 0.0167\,\text{s}$$

각속도:

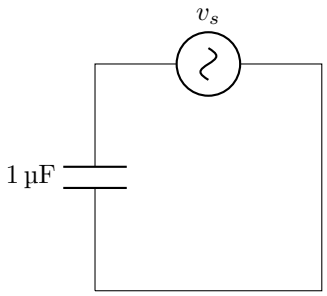
$$\omega = 2\pi f = 2\pi \times 60 = 120\pi\ \text{rad/s}$$

정답:

$$T = 0.0167\,\text{s}, \quad \omega = 120\pi\ \text{rad/s}$$

문제 13

주파수 1kHz, 커패시터 1 µF가 직렬 연결된 회로에서 임피던스 크기를 구하시오.



풀이:

주파수 각속도:

$$\omega = 2\pi \times 1000 = 2000\pi$$

임피던스 크기:

$$|Z| = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2000\pi \times 1 \times 10^{-6}} = \frac{1}{0.006283} \approx 159.15\,\Omega$$

정답:

$$|Z| = 159.15\,\Omega$$

문제 14

복소수 페이저 전류

$$\tilde{I} = 10e^{j\frac{\pi}{3}}$$

에 대응하는 시간 영역 전류를 구하시오. 주파수는 60 Hz, 진폭은 페이저 크기와 같다.

풀이:

각속도:

$$\omega = 2\pi \times 60 = 120\pi$$

시간 영역 전류:

$$i(t) = 10\sin\left(120\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$$

정답:

$$i(t) = 10\sin\left(120\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$$

문제 15

두 정현파

$$x_1(t) = 5\sin(200\pi t), \quad x_2(t) = 5\sin\left(200\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$$

의 합을 구하고, 진폭과 위상을 구하시오.

풀이:

페이저 변환:

$$\tilde{X}_1 = 5e^{j0} = 5$$

$$\tilde{X}_2 = 5e^{j\pi/6} = 5\left(\cos\frac{\pi}{6} + j\sin\frac{\pi}{6}\right) = 5\left(0.866 + j0.5\right) = 4.33 + j2.5$$

합성 페이저:

$$\tilde{X} = 5 + (4.33 + j2.5) = 9.33 + j2.5$$

크기:

$$|\tilde{X}| = \sqrt{9.33^2 + 2.5^2} = \sqrt{87.07 + 6.25} = \sqrt{93.32} \approx 9.66$$

위상:

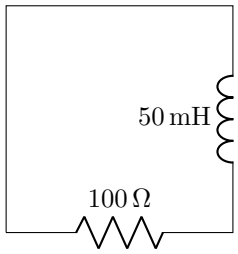
$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{2.5}{9.33}\right) \approx 0.262\,\text{rad}$$

정답:

$$x(t) = 9.66\sin(200\pi t + 0.262)$$

문제 16

저항 $R = 100\,\Omega$, 인덕터 $L = 50\,\text{mH}$, 주파수 $f = 60\,\text{Hz}$인 RL 직렬회로의 임피던스를 구하시오.



풀이:

각속도:

$$\omega = 2\pi \times 60 = 120\pi$$

인덕터 리액턴스:

$$X_L = \omega L = 120\pi \times 0.05 = 18.85\,\Omega$$

임피던스:

$$Z = R + jX_L = 100 + j18.85$$

크기:

$$|Z| = \sqrt{100^2 + 18.85^2} = \sqrt{10000 + 355.4} = \sqrt{10355.4} \approx 101.76\,\Omega$$

정답:

$$|Z| \approx 101.76\,\Omega$$

문제 17

주파수 50Hz, 진폭 10V, 위상 -45도의 사인파를 코사인 함수로 변환하시오.

풀이:

코사인 변환 공식:

$$\sin(\theta) = \cos\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right)$$

따라서,

$$v(t) = 10\sin(2\pi 50t - \frac{\pi}{4}) = 10\cos\left(2\pi 50t - \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2}\right) = 10\cos\left(2\pi 50t - \frac{3\pi}{4}\right)$$

정답:

$$v(t) = 10\cos\left(2\pi 50t - \frac{3\pi}{4}\right)$$

문제 18

저항 100Ω, 커패시터 10 F가 직렬 연결된 회로에서 60Hz 신호가 인가되었을 때 위상각을 구하시오.

풀이:

각속도:

$$\omega = 2\pi \times 60 = 120\pi$$

커패시터 리액턴스:

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{120\pi \times 10 \times 10^{-6}} = \frac{1}{0.00377} = 265.3\,\Omega$$

임피던스는

$$Z = R - jX_C = 100 - j265.3$$

위상각:

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{-X_C}{R}\right) = \tan^{-1}\left(-\frac{265.3}{100}\right) = -69.4^\circ$$

정답:

$$\phi = -69.4^\circ$$

문제 19

정현파 신호의 진폭이 100V이고 RMS 전압이 70.7V일 때, 진폭과 RMS값의 관계를 설명하고 확인하시오.

풀이:

진폭과 RMS 관계는

$$V_{\text{rms}} = \frac{V_{\text{peak}}}{\sqrt{2}} = \frac{100}{\sqrt{2}} \approx 70.7\,\text{V}$$

주어진 RMS값과 일치함을 확인함.

정답: 두 값은 관계식과 일치한다.

문제 20

정현파 $v(t) = 50\cos(2\pi 60t + \pi/3)$의 실효값과 평균 전력을 구하시오. 부하 저항은 10Ω이다.

풀이:

실효값:

$$V_{\text{rms}} = \frac{50}{\sqrt{2}} = 35.36\,\text{V}$$

평균 전력:

$$P = \frac{V_{\text{rms}}^2}{R} = \frac{35.36^2}{10} = \frac{1250}{10} = 125\,\text{W}$$

정답:

$$V_{\text{rms}} = 35.36\,\text{V}, \quad P = 125\,\text{W}$$